Міністерство освіти і науки України
Львівський національний університет імені Івана Франка

Б.С. Новосядлий

Структура й еволюція Всесвіту

Навчальний посібник

Львів – 2019

УДК 524.8, 539

Н 74

Рецензенти:
д-р фіз.-мат. наук., проф. *В.М. Ткачук* (ЛНУ ім. І. Франка);
д-р фіз.-мат. наук., ст. н. сп. *В.О. Пелих* (ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України);
д-р фіз.-мат. наук., ст. н. сп. *Б.І. Гнатик* (КНУ ім. Т. Шевченка).

Друкується за рішенням Вченої ради Львівського національного університету імені Івана Франка, протокол №29/6 від 26 червня 2014 року.

Новосядлий Б. С.

Н 74 **Структура й еволюція Всесвіту**: навчальний посібник / Б. С. Новосядлий — Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2019. – 120 с.

ISBN 978-617-10-0157-2

Описано спостережувані основи сучасної космології, ключові ідеї та історію розвитку предмета. Послідовно викладено космологічні моделі та теорію формування структури Всесвіту в рамках загальної теорії відносності. Важливе місце відведено викладенню теорії формування анізотропії температури реліктового випромінювання, оскільки її численні експериментальні дослідження становлять основу сучасної космології. Наведено сучасні числові методи досліджень у космології, методи визначення параметрів космологічних моделей порівнянням теоретичних передбачень з відповідними спостережуваними даними. Детально обговорено проблеми прихованих компонент Всесвіту – темної матерії та темної енергії. Викладено спостережувані докази їхнього існування та сучасні гіпотези щодо їхньої природи. Значну увагу приділено опису стратегії експериментальних пошуків частинок темної матерії та обмеження області значень параметрів моделей темної енергії. У кінці кожного розділу є запитання для самоконтролю та задачі для практичних занять.

Для студентів та аспірантів фізико-математичних спеціальностей університетів, викладачів та науковців, що бажають ознайомитися з сучасним станом науки про Всесвіт, в якому ми живемо, – космології.

УДК 524.8, 539

©Львівський національний університет імені Івана Франка, 2019
©Новосядлий Б. С., 2019

ISBN 978-617-10-0157-2

ЗМІСТ

Вступ **5**

1. Ключові ідеї та спостережувальні основи сучасної космології **9**

1.1. Спостережувальні основи сучасної космології . . . 10
1.2. Становлення фізичної космології 14
1.3. Етапи еволюції Всесвіту 24
1.4. Альтернативні теорії та невирішені проблеми . . . 28
1.5. Найближчі перспективи 35
Питання для самоконтролю 37

2. Космологічні моделі та основи теорії формування структури Всесвіту **39**

2.1. Космологічні моделі однорідного ізотропного Всесвіту 40
2.1.1. Статична модель Айнштайна 1917 р. 46
2.1.2. Модель де Сіттера 47
2.1.3. Космологічні моделі Фрідмана для пилоподібного середовища. 49
2.1.4. Космологічні моделі Фрідмана для середовища з ультрарелятивістським рівнянням стану. 51
2.1.5. Моделі з матерією і космологічною сталою. 52
2.2. Теорія космологічних збурень. Однокомпонентне середовище 54
2.2.1. Калібрувально-інваріантні збурення метрики, густини і швидкості речовини. 55
2.2.2. Рівняння еволюції амплітуди збурень. . . . 64
2.3. Еволюція скалярних збурень 66
2.3.1. Епоха домінування випромінювання. 67
2.3.2. Епоха домінування матерії. 70

2.3.3. Моделі з космологічною сталою і 3-кривиною. 74
2.4. Космологічні збурення в багатокомпонентному середовищі 77
2.5. Рівняння Больцмана для еволюції функції розподілу частинок у фазовому просторі 83
2.6. Космологічна рекомбінація водню та гелію 92
2.7. Еволюція збурень у багатокомпонентних моделях 99
2.8. Формування елементів великомасштабної структури Всесвіту 102
2.9. Спектри потужності збурень густини і температури реліктового випромінювання 106
2.10. Спостереження 111
Питання для самоконтролю та задачі для практичних занять 119

3. Темна енергія та темна матерія у Всесвіті 123
3.1. Темна енергія 124
3.1.1. Спостережувані дані. 125
3.1.2. Класичне скалярне поле як темна енергія. . 129
3.1.3. Моделі темної енергії. 130
3.1.4. Властивості та вплив темної енергії на розширення Всесвіту. 132
3.2. Темна матерія 141
3.2.1. Спостережувані підстави існування. 142
3.2.2. Темна матерія з погляду фізики частинок. 149
3.2.3. Стратегії пошуку темної матерії. 151
Питання для самоконтролю 154

Вступ

Яким є Всесвіт, у якому ми живемо? Як він виник і яка його майбутня доля? Відповідь на ці та інші запитання шукає космологія – наука про Всесвіт як ціле, його виникнення, еволюцію та структуру. Космологія використовує весь арсенал сучасних фізичних та астрономічних знань. Становлення космології як науки – це ланцюг сміливих гіпотез, тривалих пошуків способів їхньої перевірки і тріумфів підтверджених передбачень. Її успіхи впродовж другої половини XX – початку XXI ст. вражають і переконують у пізнаваності світу.

Завдяки сучасним технологіям астрофізичних спостережень останніми десятиліттями отримано якісно нові дані про світ, які породжують жваві дискусії серед учених. Зокрема, виявилось, що вся матерія, яку досліджують астрофізичними методами за аналізом електромагнітного випромінювання, випущеного чи поглинутого нею, становить не більше 5% усієї енергії-маси, яка заповнює Всесвіт. Тобто 95% енергії-маси не випромінює, є темною, або прихованою, речовиною невідомої природи. З неї близько 25% кластеризується разом зі світною речовиною завдяки закону всесвітнього тяжіння. Проте її основна маса – близько 70% – розподілена однорідно, має протилежний знак гравітаційної дії – розштовхування, що приводить до спостережуваного прискореного розширення Всесвіту. Пояснення її природи шукають на стику фізики мікро- і Мегасвіту. Ми є свідками зародження нової галузі знань, яка в нас отримала назву “космомікрофізика”, а на заході – “cosmoparticle physics”. Ця галузь знань сьогодні дуже активно розвивається як у теоретичних дослідженнях, так і в постановках експериментів та їхній реалізації.

Формування великомасштабної структури Всесвіту (ВСВ) та її елементів становить центральну проблему сучасної космології. До елементів ВСВ належать галактики, скупчення та надскупчення галактик, порожнини в їхньому розподілі

та хмари нейтрального водню (Ly_α-хмари) у міжгалактичному середовищі. Вони утворюються зі збурень густини та швидкості речовини, згенерованих у ранньому Всесвіті. Ці ж збурення, віднесені до епохи космологічної рекомбінації, зумовлюють спостережувані флюктуації температури реліктового випромінювання. Характеристиками великомасштабної структури є просторові (дво- і триточкові) кореляційні функції галактик та багатих скупчень галактик, їхні пекулярні швидкості, функція мас та рентгенівської температури скупчень галактик, розподіли об'єктів за червоними зміщеннями. Значення цих величин залежать від спектра потужності скалярних збурень густини речовини на лінійній стадії розвитку, який називають початковим спектром збурень. Форма спектра потужності (залежність амплітуди від масштабу) у великих масштабах (більших від масштабу горизонту частинки на момент рекомбінації) збігається з формою первісного спектра, що був згенерований у ранню епоху внаслідок квантових флюктуацій метрики простору-часу. У менших масштабах вона залежить від значень параметрів космологічної моделі та співвідношень густин компонент речовини та енергії, які заповнюють Всесвіт.

Спостережувані властивості нашого Всесвіту свідчать про те, що на ранній стадії ($10^{-45} \leq t \leq 10^{-25}$с) він пройшов принаймні через одну короткочасну епоху експоненціального розширення – інфляційну стадію. Такі моделі називають інфляційними космологічними моделями.

Залежно від типу речовини, яка заповнює Всесвіт і визначає динаміку розширення та кластеризацію маси в післярекомбінаційну епоху, такі моделі ще поділяють на баріонні (*open baryonic model* (OBM)), моделі з гарячою темною матерією (*hot dark matter* (HDM)), моделі з холодною темною матерією (*cold dark matter* (CDM)), моделі зі змішаною гарячою і холодною темною матерією (*mixed dark matter* (MDM)), моделі з космологічною сталою Λ і холодною темною матерією (ΛCDM), моделі зі змішаною гарячою і холодною темною матерією та космологічною сталою (*mixed lambda model* (MLM)). Останніми роками замість класичної космологічної сталої Λ розглядають різновиди скалярних полів (темна енергія, квінтесенція), гравітаційну

дію яких феноменологічно описують рівняннями Айнштайна з космологічною сталою.

Ранні моделі інфляції передбачали масштабно-інваріантний первісний спектр потужності збурень густини в скалярній моді – спектр Зельдовича–Гарісона: $P(k) \propto k^{n_s}$ з $n_s = 1$. Моделі з таким спектром, нульовою кривиною 3-простору та сталою Габбла $h = 0.5$ називають стандартними (sHDM, sCDM, sMDM). Це найпростіші моделі з найменшою кількістю вільних параметрів. Більш реалістичні моделі інфляції передбачають відхилення від плоского спектра у бік як пологіших спектрів ($n_s < 1$), так і крутіших ($n_s > 1$) залежно від конкретної моделі скалярного поля (інфлатона), яке забезпечує інфляцію. Отже, визначення нахилу первісного спектра і його амплітуди зі спостережень можна використати для обмеження класу моделей інфляції. В інфляційному сценарії великомасштабна структура Всесвіту (галактики, скупчення галактик тощо) утворюється внаслідок зростання амплітуди первинних збурень густини речовини через гравітаційну нестійкість. Збурення мають адіабатичний характер і первинно походять від квантових флюктуацій, які були розтягнуті до макроскопічних масштабів у період експоненціального розширення – інфляції.

РОЗДІЛ 1

Ключові ідеї та спостережувальні основи сучасної космології

До ключових ідей і гіпотез, які становлять теоретичну основу сучасної космології, належать ідея однорідності й ізотропності Всесвіту у великих масштабах, його нестаціонарності, космологічної сталої, темної матерії, темної енергії, інфляції, космологічного нуклеосинтезу, реліктового випромінювання. Більшість з них висунута як "здогадка", без явних підстав чи аналогій з практичного досвіду людства. Справді, астрономічні спостереження до зародження позагалактичної астрономії (20-ті роки XX ст.) свідчили про неоднорідний і анізотропний розподіл зір у космосі – Молочний шлях, наявність центра зоряної системи, зоряні скупчення тощо. Що спонукало М. Кузанського у першій половині XV ст. стверджувати, що "Всесвіт, який перебуває у непервному вічному русі, немає ні центра, ні сфери, яка його обмежує, ні верху, ні низу, він однорідний. У різних його частинах панують однакові закони"? Космологія, як галузь фізики й астрономії, можливо, і відбулася завдяки вірі в це твердження, яке в XX ст. отримало особливий статус – космологічний принцип. На його засадах будували космологічні моделі Всесвіту, які ґрунтувались як на загальній теорії відносності А. Айштайна, так і на інших альтернативних теоріях гравітації 20–70-х років XX ст. Він був своєрідним дороговказом у розвитку теоретичних ідей та постановці спостережувальних програм – експериментальної бази сучасної космології. І тільки у другій половині XX ст. з уведенням у дію оптичних телескопів з діаметром дзеркала понад 5 м та розвитком радіоастрономії з'явились незаперечні докази того, що наш Всесвіт справді є таким.

1.1. Спостережувальні основи сучасної космології

На підставі спостережень, експериментів та фізичних теорій, перевірених у лабораторіях, можна сформулювати фундаментальні властивості нашого Всесвіту, які є основою сучасної космології [2, 29, 28, 10], а саме:

- *нестаціонарність спостережуваного Всесвіту*, що виявляється у явищі розбігання галактик за законом Габбла $V = H_0 r$ (V – швидкість віддаляння галактики, r – відстань до неї), яке реєструють за зміщенням ліній у їхніх спектрах. Приблизно $t_0 \sim H_0^{-1}$ років тому, коли вся спостережувана у Всесвіті речовина була зібрана в кульці діаметром ~ 1 см і перебувала у надщільному стані, стався Великий вибух, з якого розпочалось розширення;
- *ізотропність* просторового розподілу позагалактичних об'єктів, властивостей світної речовини та значень фізичних констант;
- *однорідність* (за масовою густиною, морфологічними типами, співвідношенням хімічних елементів) просторового розподілу галактик *у великих масштабах* ($> 100\ h^{-1}$ Мпк[1], тут і надалі $h = H_0/100$ км/с/Мпк – безрозмірна стала Габбла). Зі збільшенням масштабу згладжування локальні відхилення параметрів від середніх зменшуються;
- *структурованість Всесвіту на масштабах* $< 100\ h^{-1}$ *Мпк*. Елементами структури є галактики, групи галактик, скупчення, надскупчення, великі порожнини і чарункова структура Всесвіту (рис. 1.1);
- *наявність темної матерії*, яка виявляє себе тільки гравітаційним впливом на розподіл та рух світної речовини в галактиках, скупченнях і надскупченнях галактик. Масова густина цієї складової матерії значно більша, ніж світної речовини (рис. 1.2). Природа її невідома;
- *існування мікрохвильового електромагнітного випромінювання*, планківський розподіл якого свідчить про "гарячий"

[1]Мпк (Мегапарсек) = 10^6 пк – одиниця вимірювання відстаней у позагалактичній астрономії; 1 пк = $3.086 \cdot 10^{18}$ см = 3.26 світлового року (св. р.) – одиниця вимірювання відстаней в астрономії.

початок Великого вибуху та визначальну роль цього випромінювання у динаміці розширення Всесвіту на ранніх етапах його еволюції. Його називають реліктовим випромінюванням, оскільки надходить з епохи, коли вік Всесвіту становив усього 1/36 000 від сучасного;

- *висока ізотропія реліктового випромінювання*: відхилення параметрів його енергетичного розподілу від середніх не перевищує тисячних часток відсотка у всіх кутових масштабах (рис. 1.3);
- *сталість відношення вмісту гелію та його ізотопів до вмісту водню* в зорях, галактиках і квазарах свідчить про їхнє космологічне (дозоряне) походження;
- *евклідовість 3-простору* нашого Всесвіту. Кривина всього доступного для спостережень простору близька до нуля. Проте в надщільному стані початку Великого вибуху ймовірність реалізації саме такого одного значення кривини у величезній кількості причинно-незв'язаних областей є надзвичайно малою і свідчить про існування фізичних процесів у ранньому Всесвіті, які "розгладжували первинні складки", зумовлені квантовими властивостями матерії та простору–часу у планківських масштабах;
- *баріонна асиметрія Всесвіту*, або відсутність у спостережуваній області Всесвіту галактик, що складаються з антиречовини. Симетрія стосовно баріонного зар'яду, яка властива теорії елементарних частинок, порушена;
- *відсутність магнітних монополів*[2] на Землі та ознак їхнього можливого існування в ближньому і далекому космосі. Їхнє існування передбачене більшістю теорій Великого об'єднання, які узгоджуються з даними експериментів на сучасних прискорювачах елементарних частинок. Передбачувана маса для них $\sim 10^{16}$ ГеВ $\sim 10^{-8}$ г. Такі частинки мали б народжуватися у великій кількості в гарячому Всесвіті відразу після Великого вибуху;

[2]Елементарна частинка, яка має "магнітний заряд" і є джерелом радіального магнітного поля (один полюс) подібно до частинок з електричним зарядом.

- *зростання темпу розбігання галактик*, яке простежується у наднових Ia, свідчить про існування "космологічної гравітаційно відштовхувальної сили". Вона переважає самогравітацію речовини, яка сповільнює розширення, і є ознакою існування силового поля, або *темної енергії* невідомої природи (див. рис. 1.2).

Ці та інші фундаментальні властивості нашого Всесвіту стали основою сучасних космологічних моделей. Їхні головні ознаки такі:

- сучасний стан розбігання галактик описують рівняннями Айнштайна для однорідного ізотропного Всесвіту, заповненого звичайною баріонною речовиною, випромінюванням, темною матерією, яка кластеризується, і темною енергією, яка не кластеризується;
- на ранньому етапі еволюції Всесвіт пройшов через фазу дуже швидкого (експоненціального) розширення, яку наближено описує модель де Сіттера і яку називають інфляційною стадією;
- спостережувана область Всесвіту розвинулася з однієї причинно-зв'язаної перед початком інфляції області простору–часу, яка розтягнулась у період інфляції та в наступну епоху космологічного розширення до розмірів сучасного горизонту частинки чи значно більших; магнітні монополі через їх велику масу могли народжуватись тільки до початку інфляції і нею рознесені на такі великі відстані, що їхнє виявлення стало малоймовірним; баріони та лептони, з яких складаються атоми всіх хімічних елементів, мають значно меншу масу і синтезувались на кінцевій стадії інфляції або відразу після неї;
- спостережувана великомасштабна структура Всесвіту є наслідком розвитку квантових флюктуацій метрики простору–часу, згенерованих до чи в період інфляції і розтягнутих до сучасних спостережуваних масштабів.

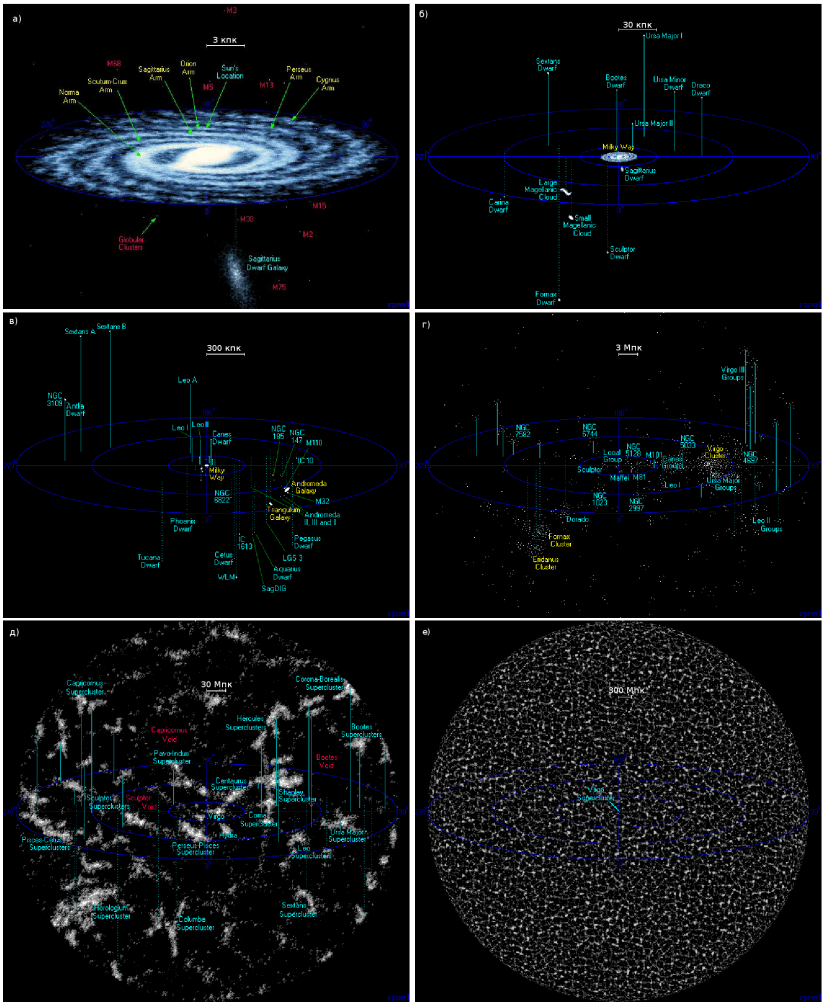

Рис. 1.1. Структура Всесвіту в різних масштабах: а) наша Галактика з найближчою сусідньою галактикою в сузір'ї Стрільця (розмір області – 30 кпк); б) Місцева група галактик (розмір області – 300 кпк); в) галактики, що знаходяться в околі нашої Галактики в кубі зі стороною 3 Мпк; г) Місцеве надскупчення галактик з нашою Галактикою в центрі (розмір області – 60 Мпк); д) галактики, скупчення галактик, надскупчення галактик, ланцюжки галактик, стінки та порожнини формують великомасштабну структуру (розмір області – 600 Мпк); е) у масштабах > 100 Мпк Всесвіт однорідний і ізотропний (розмір області – 10 000 Мпк).

1.2. Становлення фізичної космології

Теоретичні основи сучасної фізичної космології закладені на початку XX ст. Цей період означений кризою класичної фізики та створенням основ нової фізики – теорії відносності та квантової фізики. Тоді ж зародилась позагалактична астрономія. Уявлення про Всесвіт були досить спекулятивними. Його уявляли як єдиний острів зір – наша Галактика у нескінченному і незмінному в часі просторі. Нескінченність Всесвіту і його незмінність у часі постулювали як філософські принципи.

А. Айнштайн першим 1917 р. застосував рівняння загальної теорії відносності, отримані ним 1916 р. [22]:

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik} \tag{1.1}$$

(у яких ліва частина визначена 4-тензором кривини Річчі[3] R_{ik} простору–часу з метричним тензором g_{ik}, а права — тензором енергії–імпульсу матерії T_{ik}), до аналізу динаміки Всесвіту як цілого. У праці [23] він проаналізував існування стаціонарних розв'язків для однорідного ізотропного Всесвіту.

На його велике здивування і всупереч його філософським переконанням рівняння не мало таких розв'язків, а отже, виявилось несумісним з уявленням про незмінність Всесвіту в часі, його статичність та "вічність". Цього для А. Айнштайна було достатньо, щоб "руками підправити" рівняння – увести в ліву частину рівняння доданок $-\Lambda g_{ik}$, який не порушував законів збереження і за певного співвідношення між кривиною 3-простору і густиною матерії забезпечував стаціонарність Всесвіту – зрівноважував самопритягання матерії. Величина Λ згодом отримала назву космологічної сталої. Їй судилася "драматична доля" –

[3]Тензор – об'єкт у геометрії, який узагальнює поняття вектора. За формою представлення є матрицею ($n \times n$ у випадку тензора другого рангу, $n \times n \times n$ – третього і т. д., де n – розмірність простору), кожна компонента якої у разі перетворення координат перетворюється як компонента вектора. Тензор Річчі є характеристикою кривини простору, його виражають через метричний тензор g_{ik}, його перші та другі похідні за координатами. Метричний тензор залежить від способу задання координат і геометрії простору, дає змогу обчислити інтервал ds між двома нескінченно близькими точками x^i і $x^i + dx^i$, а саме: $ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k$.

до неї не раз поверталися для вирішення проблем узгодження теорії та спостережень та відкидали, коли знаходили простіше пояснення. Проте вона пережила свого творця і XX ст. Російський математик О. Фрідман у 1922 р. довів [24], що стаціонарні розв'язки не властиві ні рівнянням Айнштайна 1916 р., ні його "підправленому" рівнянню 1917 р. О. Фрідман уперше на підставі рівнянь Айнштайна записав повну систему рівнянь еволюції однорідного ізотропного Всесвіту, розв'язав їх і довів, що такий Всесвіт є нестаціонарним: він може або розширюватись, або стискатись. Відповідь на запитання "Яким є наш Всесвіт?" могли дати тільки спостереження.

Теоретичний висновок про нестаціонарність Всесвіту, його еволюцію мав на той час революційне світоглядне значення і породив жваві дискусії. Відкриття через сім років Е. Габблом явища розбігання галактик відіграло вирішальну роль у загальному прийнятті еволюційної моделі. Важливим було не тільки відкриття розбігання, а й виявлення лінійної залежності швидкості віддаляння галактики, $\mathbf{V}$, від відстані до неї, $\mathbf{r}$, – закону Габбла:

$$\mathbf{V} = H_0\mathbf{r}, \tag{1.2}$$

де H_0 – коефіцієнт пропорційності, який не залежить від відстані та напряму і називається тепер сталою Габбла. Така залежність свідчить про трансляційну симетрію простору, універсальність закону Габбла для спостерігача в будь-якій галактиці. Однорідність та ізотропність просторового розподілу галактик у великих масштабах, яку остаточно підтверджено спостереженнями в другій половині XX ст. з уведенням в дію потужних наземних та космічних телескопів, підтверджує цю фундаментальну властивість Всесвіту. Звісно, однорідність та ізотропність у просторовому розподілі матерії є на великих масштабах ($> 100\,h^{-1}$Мпк), а на малих панує очевидна неоднорідність у вигляді зір, галактик, скупчень галактик, порожнин у їхньому розподілі (див. рис. 1.1).

Моделі Фрідмана досі є основою теорії будови й еволюції Всесвіту. Їхня важлива властивість – просторова і часова скінченість спостережуваної області Всесвіту. Іншими словами, сві-

тловий конус минулого[4] має скінченний об'єм, у ньому міститься скінченна кількість зір і галактик, доступних для спостережень. Це стало розв'язком парадокса Ольберса–Шезо, який кілька століть був предметом гарячих дискусій. Уперше його сформулював англійський математик Т. Діґес ще у XVI ст.: у нескінченному вічному Всесвіті, заповненому зорями, кожна як завгодно мала ділянка неба мала б світитися як поверхня Сонця, оскільки промінь зору у будь-якому напрямі на небі завжди потрапить у зорю.

У 1948 р. Г. Ґамов [25] висунув ідею "гарячого Всесвіту", щоб пояснити синтез важких елементів за надзвичайно короткий час існування Всесвіту – близько 2 млрд років, який випливав із завищених тогочасних оцінок сталої Габбла ($H_0 \sim 500$ км/с/Мпк). Хоч узяті за основу розрахунків перерізи термоядерних реакцій були неточними, наявних відомостей стало достатньо для формулювання надзвичайно продуктивної гіпотези. У рамках такої гіпотези матерія на ранніх стадіях мала перебувати в стані плазми з високими температурою і ступенем іонізації. З цього випливала необхідність існування великої концентрації реліктових фотонів, сучасну температуру яких 1956 р. оцінювали на рівні 5–6 К. Цей мікрохвильовий космічний фон випадково зареєстрували 1965 р. А. Пензіас і Р. Вільсон [31] та інтерпретували як реліктове випромінювання (Нобелівська премія з фізики за 1978 р.). Його розподіл за частотами описує формула Планка з температурою 2,725 К, а його інтенсивність така, що кількість квантів в одиниці об'єму перевищує середню кількість протонів у $\sim 10^9$ разів!

З розвитком позагалактичної астрономії у 30-х роках XX ст. швейцарський астрофізик Ф. Цвіккі помітив, що швидкості галактик у скупченнях свідчать про загальну масу скупчень значно більшу, ніж маса всієї світної речовини в них. Невидиму речовину назвали "темною". У 70-х роках аналогічну нестачу сві-

[4]Графічне зображення подій випромінювання світла джерелом та реєстрації його спостерігачем у просторі–часі. Наочно можна зобразити його в площині $t - x$ з твірними $c(t - t_0) = \pm(x - x_0)$, де (t_0, x_0) – координати спостерігача, (t, x) – координати джерела. У Всесвіті, який розширюється, просторова координата x (під якою треба розуміти три координати x, y, z) в такому представленні є супутньою всім частинкам.

тної маси зафіксовано в спіральних галактиках. До 80-х років під темною матерією мали на увазі звичайну речовину в неспостережуваній засобами астрофізики формі, наприклад, гарячий розріджений газ, холодні газо–пилові згустки малих розмірів, холодні зорі малих мас, планети тощо. На початку 80-х років фізики-експериментатори запідозрили, що нейтрино мають масу спокою $\sim 30\,\text{еВ}$. Оскільки реліктових нейтрино за концентрацією в $\sim 10^9$ разів більше, ніж протонів, то цього достатньо, щоб вони були тою темною матерією, якої бракує. На епоху рівності густини матерії і випромінювання такі нейтрино були релятивістськими, тобто їхні "теплові" швидкості були близькі до швидкості світла, тому такий вид темної матерії отримав назву гарячої. Проте в межах моделі з гарячою темною матерією через великі довжини вільного пробігу таких частинок не вдавалось задовільно кількісно описати процес формування галактик та спостережуваної великомасштабної структури Всесвіту.

Хоч подальші експерименти не підтвердили такого значення маси спокою нейтрино, експерименти кінця 90-х на нейтринному детекторі Супер-Каміоканде (1998) підтвердили ті підозри і встановили нижню межу на її значення $\sim 0,04\,\text{еВ}$. Верхня межа на масу спокою нейтрино $< 1\,\text{еВ}$ на достатньо високому рівні достовірності ($> 95.4\,\%$) визначена на підставі даних спостережувальної космології – просторового розподілу галактик, скупчень галактик, їхньої функції мас та ін. Це означає, що нейтрино може становити не більше $10\,\%$ густини темної матерії. А решта $90\,\%$?

Із середини 80-х прогрес у фізиці елементарних частинок примножив "зоопарк" можливих кандидатів на темну матерію. Сьогодні найбільш перспективними є холодна або тепла (можлива і їхня суміш) темна матерія, уперше запропонована П. Піблсом 1982 р. Частинки цієї форми матерії дерелятивізувались (кінетична енергія частинки стала меншою від її енергії спокою m_0c^2) під впливом розширення ще на ранніх стадіях еволюції Всесвіту. Вони беруть участь у гравітаційній взаємодії і, можливо, слабкій. Ця модель темної матерії добре пояснює динаміку гало галактик, утворення галактик, скупчень галактик, їхні властивості та спостережувану великомасштабну структуру Всесвіту.

Однак, попри наявність багатьох гіпотетичних частинок як кандидатів на елементне наповнення цього виду темної матерії, реально таких частинок досі не детектовано (див. розділ 3). Незважаючи на їхні досить загальні природні властивості (участь у гравітаційній і, можливо, слабкій взаємодіях, здатність кластеризуватися, утворюючи протяжні гало об'єктів через беззіткнювальний (незіштовхувальний) характер взаємодії на стадії колапсу), з'ясовано, що вони становлять не менше приблизно 23 % усієї густини енергії $\epsilon = \rho c^2$.

У 90-х роках астрофізики, озброївшись Космічним телескопом Габбла, реалізували тест видима зоряна величина – червоне зміщення. Його вдалося здійснити за допомогою наднових типу Ia, які можна виявляти в дуже далеких галактиках та які, і це найважливіше, мають всюди однакові відомий блиск у момент спалаху і зміну блиску з часом. Результат виявився несподіваним: наш Всесвіт розширюється з прискоренням, тобто швидкість розбігання галактик не гальмується самогравітацією, як очікували, а навпаки – прискорюється. Яка сила розпирає простір і спонукає галактики до збільшення темпу розбігання? Космологи мали варіант відповіді вже давно – космологічна стала, запропонована А. Айштайном ще 1917 р. Про її роль у розширенні Всесвіту, "розпиранні простору", уперше зазначено в праці де Сіттера 1917 р. [21]. Проте фізики-теоретики вперто, і не бездоказово, аргументували безпідставність її введення у фізику. Після перших майже одночасних публікацій результатів тесту двома групами астрофізиків [32, 33, 34] ставлення до неї змінилось. Тепер космологічну сталу розглядають як різновид темної енергії, що розподілена однорідно, не кластеризується та має сталу в часі й однакову у просторі густину енергії та рівняння стану $p = -\epsilon$. Її можна інтерпретувати як нульові квантові коливання густини енергії вакууму (див. розділ 3 та цитування у ньому). Космологічна стала – перша спроба ввести у фізику нову сутність, яка заповнює Всесвіт і "розпирає" простір.

Останнім часом космологи активно вивчають інших кандидатів у темну енергію: скалярні поля, модифікації ньютонівського закону всесвітнього тяжіння та рівнянь загальної теорії відносності. На підставі даних про блиск наднових Ia у кількох со-

тнях далеких галактик, отриманих в експериментах Supernovae Cosmology Project і Supernovae Survey, даних про флюктуації температури реліктового випромінювання, отриманих у космічному експерименті WMAP, первинного вмісту гелію і дейтерію у міжгалактичному середовищі та низки даних інших програм спостережувальної космології зроблено висновок про те, що густини баріонів, холодної темної матерії та темної енергії співвідносяться приблизно як 1:5:14. Отже, наш Всесвіт – це світ, у якому домінують за густиною темна матерія і темна енергія ще не з'ясованої природи (див. рис. 1.2).

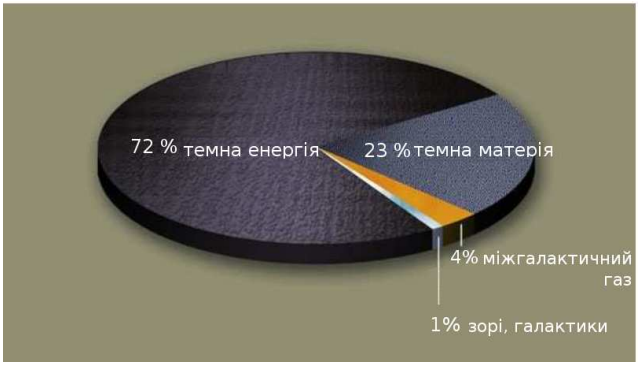

Рис. 1.2. Основні складові нашого Всесвіту та їхня масова густина у відсотках від середньої густини Всесвіту в сучасну епоху ($\overline{\rho} = 9.2 \cdot 10^{-30}$ г/см^3). Середня густина усієї баріонної компоненти становить $\approx$5 %, а тої, яку спостерігають усіма астрономічними засобами, – усього 1 % від загальної. Решта 95 % – "темні" компоненти: темна енергія ($\approx$72 %) та темна матерія ($\approx$23 %). Сучасна точність визначення вмісту всіх компонент – $\sim$3 % від їхніх значень.

Одним із важливих висновків, що випливає з факту розширення, є існування сингулярного стану на початку розширення, який відразу став предметом активних теоретичних досліджень. Сингулярний стан – це фізична особливість[5], коли густина матерії та інваріанти тензора кривини 4-простору стають безмежними. Жодна з фізичних теорій не здатна описати послідовно цей стан, що вважали однією з нерозв'язаних проблем стандартної

[5]Неусувний характер таких особливих точок у загальному розв'язку рівнянь Айнштайна доведено С. Гоукінґом і Р. Пенроузом у 1970 р.

моделі Великого вибуху. З іншого боку, активні дослідження фізичних процесів у гарячому Всесвіті поряд зі швидким розвитком ядерної фізики та теорії елементарних частинок у 60–80-х роках привели до порушення питання про природу первинного стану і початку розширення. Це вилилось в елегантну теорію інфляційного Всесвіту, започатковану наприкінці 70-х – на початку 80-х років у працях О. Старобінського, А. Гуса, А. Лінде та ін. Згідно з цією теорією, енергія Всесвіту до початку розширення була сконцентрована у скалярному полі, яке перебувало в метастабільному стані з густиною енергії, близькою до планківської. Спонтанний перехід до стану істинного вакууму з мінімумом енергії (який прагне зайняти кожна фізична система) приводить до експоненціального розширення. Теорія інфляції досягла успіху, пояснивши практично всі згадані у розділі 1 фундаментальні спостережувальні властивості нашого Всесвіту.

Окрім питань про еволюцію Всесвіту як цілого та початкові умови у ньому, ставили питання про конкретні механізми формування спостережуваної структури Всесвіту. Вперше для Всесвіту, який розширюється, цю задачу сформулював і розв'язав 1946 р. в рамках загальної теорії відносності Є. Ліфшиць [6, 1]. З отриманих результатів аналізу випливало, що спостережувана структура Всесвіту (галактики, їхні скупчення і надскупчення, порожнини) утворилась унаслідок еволюції збурень густини, амплітуда яких зростала завдяки гравітаційній нестійкості. Самі збурення були згенеровані в ранню епоху еволюції Всесвіту і, отже, є відображенням тих фізичних процесів, які відбувались тоді.

Експериментальне підтвердження такого сценарію вперше отримано 1992 р. в космічному експерименті COBE (COsmic Background Explorer), метою якого були пошуки слідів таких флюктуацій у просторовому розподілі квантів реліктового випромінювання [36]. Їхнє існування та зв'язок зі збуреннями густини передбачене в праці Р. Сакса і А. Вольфа 1967 р. [35]. Виявлені флюктуації температури реліктового випромінювання на рівні $\sim 0.001\,\%$ у ділянках неба розміром $\sim 10^{\circ}$ чудово узгоджувалися з законом наростання амплітуди збурень густини матерії ($\delta(r) \equiv (\rho(r) - \rho)/\rho$) під дією самогравітації, що йо-

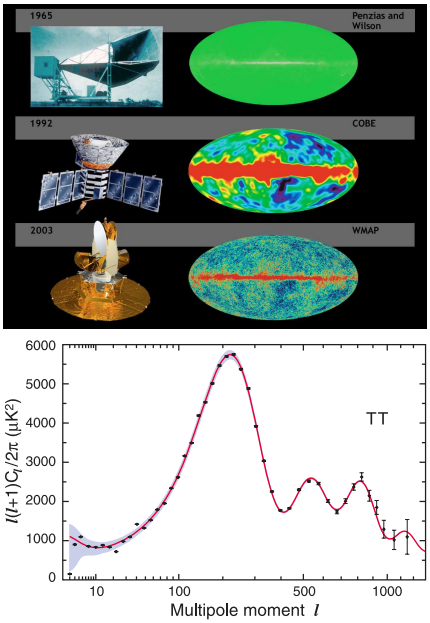

Рис. 1.3. Уверху: ключові експерименти з реєстрації реліктового випромінювання (А. Пензіас і Р. Вільсон, 1965 р.; Нобелівська премія з фізики за 1978 р.), флюктуацій його температури у великих кутових масштабах (космічний експеримент COBE, 1992 р.; Нобелівська премія з фізики за 2006 р.), зумовлених ефектом Сакса–Вольфа [35], та флюктуацій його температури у малих кутових масштабах (космічний експеримент WMAP, 2001–2010 рр.), зумовлених акустичними коливаннями плазми. Ліворуч – телескопи, праворуч – карта всього неба в гомолографічній проекції Мольвейде (Бабіне). Унизу: акустичні піки в спектрі потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання, отриманому в експерименті WMAP.

го отримав Є. Ліфшиць 1946 р., та спостережуваною великомасштабною структурою Всесвіту за умови існування темної матерії. Важливим виявилось і таке: середньоквадратичні флюктуації температури випромінювання майже не залежали від масштабу в діапазоні кутових розмірів ділянок на небі від 10 до 180°. Таку властивість передбачали інфляційні моделі Всесвіту: швидке експоненціальне збільшення масштабів ($a \propto e^{t/t_1}$, де t_1 – початок інфляції) та існування горизонту подій[6] на цій

[6]Горизонт подій окреслює зовнішню область довкола спостерігача, звід-

стадії приводять до того, що амплітуда збурень різного масштабу "застигає", коли їхній розмір стає більшим від радіуса цього горизонту. Чим менший масштаб збурень густини, тим довше наростала його амплітуда. Тому масштаб збурення визначив амплітуду спектра потужності збурень густини: $P(k) \sim k$. Якщо розраховуватимемо середньоквадратичні флюктуації температури реліктового випромінювання ($\langle \Delta T/T \rangle$, $T = 2.725$ K), згідно з ефектом Сакса–Вольфа для кутових масштабів $> 10^{\circ}$, то отримаємо приблизно однакове значення. Експеримент COBE це блискуче підтвердив – воно виявилось $\sim 10^{-5}$ (у 2006 р. Дж. Смуту, керівникові цієї частини проекту COBE, присуджено Нобелівську премію з фізики). Це значення ще досі є своєрідним репером у дослідженнях великомасштабної структури Всесвіту. Понад два десятки експериментів – наземних і стратосферних – підтвердили цей результат.

І це далеко не останнє теоретичне передбачення в космології, яке отримало експериментальне підтвердження. Якщо структура – це результат розвитку адіабатичних флюктуацій густини, то на кутових масштабах, які відповідають масштабу горизонту на момент відриву реліктового випромінювання від речовини, повинні існувати "гарячі" і "холодні" плями – так звані акустичні піки. Майже одночасно вони надійно виявлені в стратосферних експериментах BOOMERANG і MAXIMA на ділянках неба розміром 240 і 44 квадратних градусів відповідно. Остаточно це явище підтверджене в космічних експериментах WMAP та Planck, у яких отримано карту флюктуацій температури реліктового випромінювання всього неба з роздільною здатністю ~ 5 дугових мінут. Іншим яскравим підтвердженням описаного сценарію походження та еволюції Всесвіту є реєстрація B-моди поляризації реліктового випромінювання в експерименті BICEP2. Завиткова просторова структура лінійної поляризації реліктового випромінювання, виявлена в цьому експерименті (рис. 1.4), зумовлена реліктовими гравітаційними хвилями, згенерованими в ранньому Всесвіті. Її надійна реєстрація є непрямим підтвердженням трьох (!) важливих теоретичних передбачень: 1) існу-

ки за всю майбутню історію Всесвіту сигнали про будь-які події до спостерігача не доходять.

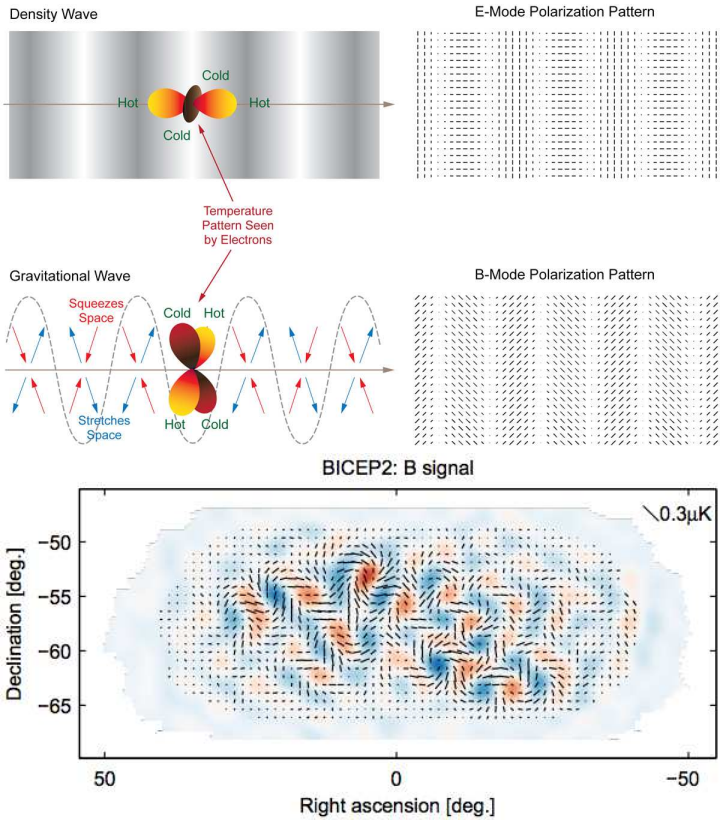

Рис. 1.4. Уверху: формування E- та B- мод поляризації реліктового випромінювання, відповідно, скалярними та тензорними космологічними збуреннями метрики простору–часу. Унизу: завиткова структура поляризації реліктового випромінювання, зареєстрована в експерименті BICEP2 (2014).

вання гравітаційних хвиль, 2) існування інфляційної епохи, у яку генеруються первинні гравітаційні хвилі, 3) існування квантових флюктуацій метрики простору–часу та квантів гравітаційного випромінювання. Це відкриття започаткувало експериментальну фазу досліджень дуже ранніх етапів еволюції нашого Всесвіту.

Українські вчені були і є активними учасниками розбудови космології як науки, про що можна знайти у книгах [13, 14].

1.3. Етапи еволюції Всесвіту

Сучасні фізичні моделі походження та еволюції спостережуваного Всесвіту і його структури можна укласти в часову шкалу від $-\infty$ до $+\infty$ так:

- *вічне минуле* (-∞ до 0) – те , з чого сформувалось Усе в нашому Всесвіті, перебувало в метастабільному стані скалярного поля (або кількох різних полів) з планківською густиною енергії. Простір і час – квантові. Цю епоху називають просторово–часовою піною. Випадкові квантові флюктуації приводили до безперервної зміни значень фундаментальних сталих фізичних взаємодій, просторово–часових вимірів. Матерії у формі звичних частинок ще не існувало;
- *Великий вибух* (0–10^{-45} с) – в одній квантовій ділянці просторово–часової піни внаслідок квантових флюктуацій сформувався 3+1 простір–час з параметрами фундаментальних взаємодій, які після розпаду первинного стану і низки фазових переходів привели до чотирьох фізичних взаємодій нашого Всесвіту та набору елементарних частинок, які його заповнили. Така локальна ділянка почала спонтанно розширюватись, охолоджуватись, а поле – скочуватись у стан з мінімальним значенням енергії (вакуумний стан). Початок інфляції;
- *інфляція* (10^{-45}–10^{-10} с) – короткочасна стадія дуже швидкого (експоненціального) збільшення масштабів – ($a(t) \propto \exp Ht$, де $H \approx 1/t_1$ – стала Габбла в інфляційну епоху, t_1 – час її початку). За коротку мить, наприклад, з 10^{-35} до 10^{-25} с масштаби зросли в $\sim e^{10\,000\,000\,000}$ разів. Це означає таке: флюктуації метрики простору–часу квантових масштабів розтягувались до таких, що подальше розширення впродовж кількох мільярдів років збільшило їх до розмірів сучасних галактик, скупчень, надскупчень, порожнин у їхньому розподілі тощо. Інфляція закінчується синтезом частинок і квантів полів, які відповідають температурі на момент кінця інфляції (t_2) $T \approx 6.4 \cdot 10^{14} (10^{-10} c/t_2)^{1/2}$ К. У цю епоху могли згенеруватися реліктові гравітаційні хви-

лі, які далі вільно поширюються в просторі (перший реліктовий фон, який можна зареєструвати). Після розпаду масивних частинок та античастинок речовина переходить у стан кварк-глюонної плазми;

- *баріосинтез* ($\sim 10^{-10}$–10^{-8} с) – кварк-глюонна плазма вистигає, залишаючи в осаді важкі частинки – адрони та їхні античастинки;
- *адронна ера* ($\sim 10^{-8}$–10^{-6} с) – короткоживучі адрони розпадалися на легші аж до протонів, нейтронів та їхніх античастинок. Частинки й античастинки перебували у термодинамічній рівновазі з квантами електромагнітного випромінювання гігаелектрон-вольтних енергій. Епоха закінчилася анігіляцією речовини й антиречовини. Залишився надлишок протонів, нейтронів і електронів над їхніми античастинками і велика кількість квантів високих енергій, які розпадались на пару віртуальних лептонів;
- *лептонна ера* ($\sim 10^{-6}$ – 1 с) – лептони (електрони, мюони, тау-частинки й відповідні їм нейтрино) перебували у термодинамічній рівновазі з випромінюванням (народження–анігіляція електрон-позитронних пар). Закінчилася анігіляцією пар частинка–античастинка, залишився надлишок електронів над позитронами, кванти електромагнітного випромінювання та нейтрино, які через слабку взаємодію з рештою частинок почали вільно поширюватись у просторі (другий реліктовий фон, який може бути зареєстрований);
- *епоха нуклеосинтезу* (1 – 100 с) – протони і нейтрони, стикаючись, “злипаються”, утворюючи ядра легких елементів: дейтерій, тритій, гелій-3, гелій-4, літій, берилій та ін. Головний з них – гелій, якого на кінець епохи утворилось $\sim 10\,\%$ від кількості протонів. Отже, спостережуване всюди в космосі співвідношення He/H$\sim$0.1 є третім реліктом ранніх епох, який надійно реєструють. На кінець епохи сформувався первинний хімічний вміст елементів: ядра легких елементів, вільні електрони та фотони;
- *епоха домінування випромінювання* (100 с – 12 000 р.) – енергія квантів реліктового випромінювання значно більша від потенціалу іонізації атомів водню і гелію. Баріонна

речовина повністю іонізована, середовище непрозоре через комптонівське і томпсонівське розсіювання квантів на електронах. Кількість квантів в одиниці об'єму в $\sim 10^9$ разів більша від кількості протонів, тому густина енергії випромінювання значно більша від густини речовини і визначає динаміку розширення Всесвіту. Та оскільки його температура знижується обернено пропорційно до масштабного множника $a(t) \propto t^{1/2}$, то густина енергії зменшується з часом $\propto a^{-4}$. Густина ж енергії матерії (баріонна + темна) зменшується $\propto a^{-3}$. А тому настає момент, коли густина енергії випромінювання стає меншою від густини енергії речовини, яка починає домінувати і визначати темп розширення. Це настає в момент часу 12 000 років після Великого вибуху, який відповідає червоному зміщенню $z_{eq} \approx 6\,000$;

- *перехідна епоха* (12 000 – 377 000 рр.) – баріонна речовина ще повністю іонізована і через томпсонівське та комптонівське розсіювання на вільних електронах тісно пов'язана з випромінюванням. Тиск такої баріонно-фотонної плазми дуже високий. Густина речовини починає домінувати і визначати темп розширення. Закінчується, коли енергії квантів уже недостатньо, щоб іонізувати водень;
- *космологічна рекомбінація* (377 000 – 400 000 рр.) – короткочасна епоха ($z_{rec} \approx 1\,000$), упродовж якої ступінь іонізації водню ($x_p = n_p/(n_p + n_H)$) зменшувався від 1 до ≈ 0. Середовище стає прозорим для випромінювання і воно починає вільно поширюватися у всіх напрямах. До нас воно надходить з поверхні сфери останнього розсіяння, товщина якої скінченна (оптична глибина за томпсонівським розсіюванням становить ~ 1), а радіус зростає $\propto t$. Це четвертий релікт, виявлений А. Пензіасом і Р. Вільсоном 1965 р.;
- *Темні віки* (400 000 – 10^8 років) – середовище прозоре для випромінювання. Тиск у речовині нехтівно малий, що дало змогу збільшуватися амплітуді збурень густини речовини під дією самогравітації. Густина енергії матерії значно більша від густини енергії випромінювання. Матерія із практично нульовим тиском нейтрального газу з первин-

ним хімічним вмістом визначала темп розширення Всесвіту. Масштабний множник $a(t) \propto t^{2/3}$. Ще не має ні зір, ні галактик – джерел світла, лише фотони реліктового випромінювання ізотропно надходять у кожну точку зі сфери останнього розсіювання;

- *епоха зір і галактик, розширення сповільнюється* (10^8 – $6 \cdot 10^9$ років) – народжувалися перші зорі, які у водневогелієвому середовищі мають бути дуже масивними – $\sim 10^2$ – 10^3 мас Сонця. Їхній час життя малий, вони закінчували життя спалахом наднової величезної потужності. Жорстким випромінюванням яскравих зір та ударними хвилями, що генерувались спалахами наднових, міжзоряний і міжгалактичний газ іонізувався вдруге. Міжзоряне середовище збагатилося важкими елементами, що сприяло утворенню зір менших мас. Почалася епоха бурхливого зореутворення і формування галактик. Розширення Всесвіту відбувалося зі сповільненням – самогравітація речовини переважала;
- *епоха зір і галактик, розширення прискорюється* (6 – 13.7 млрд років, сьогодні) – дані тесту видима зоряна величина – червоне зміщення для наднових типу Ia, вимірювання спектра потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання та просторової концентрації галактик свідчать про те, що 7 млрд років тому розширення Всесвіту зі сповільненням змінилось на розширення з прискоренням. Так почала виявляти себе темна енергія на кшталт космологічної сталої, яку можна інтерпретувати як додатну густину енергії вакууму. Вона, чи щось подібне до неї (квінтесенція), зумовлює “силу”, яка “розпирає простір” і спонукає галактики до збільшення темпу розбігання. Ця темна енергія почала переважати за густиною енергії звичайну матерію, яка самогравітує, приблизно 4 млрд років тому, коли наша Земля тільки формувалась;
- *епоха темної енергії* (13.7 млрд років, сьогодні – вічне майбутнє) – у нашій та інших галактиках ще довго формуватимуться нові зорі, обігріватимуть сусідні планети, вмиратимуть, даючи життя іншим... Однак усе це відбуватиметься

на тлі прискореного розширення Всесвіту, з часом швидкість віддаляння від нас галактик зростатиме. Через приблизно сотню мільярдів років настане момент, коли остання галактика щезне за горизонтом подій. Разом з нею щезне і позагалактична астрономія. Ті, хто житиме в Галактиці тоді, заздритимуть нам – спостерігачам і сучасникам такого різноманіття світу галактик!

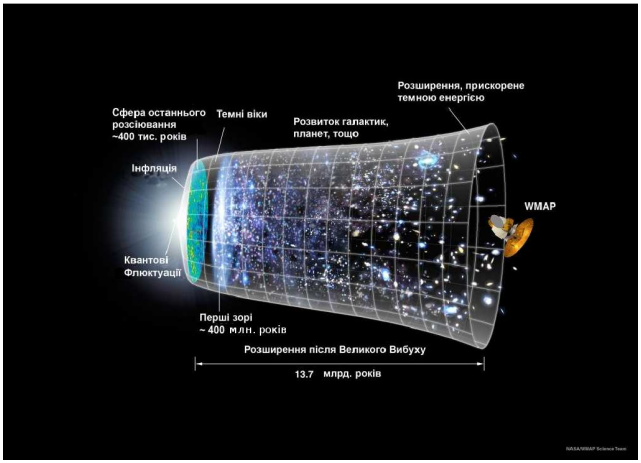

Рис. 1.5. Схематична еволюція Всесвіту від квантової флюктуації до сучасної епохи.

1.4. Альтернативні теорії та невирішені проблеми

Безумовно, становлення сучасної космології, як і сучасної фізики, відбувалось за умов гострих дискусій на сторінках наукових журналів та суперечок на конференціях. У 20-х роках XX ст. більшість учених відстоювала ідею статичного Всесвіту, незмінного і вічного в часі. Показовим у цьому є введення А. Айнштайном у рівняння загальної теорії відносності космологічної сталої, яка мала б забезпечити статичність однорідного ізотропного Всесвіту. Погодившись із аргументами О. Фрідмана і Ж. Леметра стосовно нестаціонарності загальних розв'язків космологічних рівнянь, ідею нестаціонарності Всесвіту він сприй-

няв лише після експериментального підтвердження Е. Габблом у 1929 р. пропорційності зміщення ліній у спектрах галактик відстаням до них. Така закономірність випливала з моделей Фрідмана–Леметра, у яких однорідний ізотропний Всесвіт або стискався, або розширювався. Виявлене зміщення у червону ділянку спектра свідчило про розширення Всесвіту. Підтвердженням остаточного визнання А. Айнштайном ідеї нестатичності Всесвіту є його спільна з В. де Сіттером стаття 1931 р., присвячена динаміці розширення Всесвіту з нульовою 3-кривиною та пилоподібною матерією. Згодом А. Айнштайн пошкодував, що ввів у рівняння загальної теорії відносності космологічну сталу. Однак вона продовжувала "жити" у головах теоретиків і, як тепер зрозуміло, виявилась геніальним передбаченням того, що тепер називають темною енергією.

Деякі вчені намагалися врятувати ідею статичності іншими інтерпретаціями червоного зміщення квантів світла від далеких галактик. Гіпотеза старіння (або втомливості) квантів, яку деякий час підтримували Ф. Цвіккі, М. Борн, Е. МакМіллан, П.А. Дірак та інші, не знайшла, однак, фізичного обґрунтування на рівні атомної та квантової фізики. Тому пояснення червоного зміщення світла галактик їхнім розбіганням, тобто розширенням однорідного ізотропного Всесвіту, стало загальноприйнятим. Іншої інтерпретації немає досі.

Окремі науковці приймаючи розбігання галактик як експериментально доведений факт, усе ж не могли погодитися з існуванням ранньої надщільної фази та початку розширення, що означала скінченність віку Всесвіту. Компроміс було знайдено в теорії стаціонарного Всесвіту, запропонованій Н. Бонді, Т. Ґолдом і Ф. Хойлом у 1948 р. Згідно з цією теорією Всесвіт розширюється так, як це описує закон Габбла, проте його середня густина незмінна в часі. Автори забезпечили це введеням у праву частину рівняння (1.1) тензора енергії-імпульсу С-поля, яке породжує баріонну речовину з таким темпом, що компенсує її зменшення внаслідок розширення. У ліву частину рівняння автори ввели доданок з від'ємною космологічною сталою, яка й забезпечує "вічне" розширення, як у моделі де Сіттера. У такому Всесвіті немає великого вибуху і початкової надщільної фази, яка

неприйнятна для творців цієї теорії. Він вічний та однаковий усюди і завжди (ідеальний космологічний принцип). Найдальші галактики такі ж, як наша та сусідні. Природа С-поля, як і порушення закону збереження баріонного заряду, є поза межами теорії і ціною компромісу.

Непереборною проблемою для цієї теорії стало реліктове випромінювання, експериментально виявлене 1965 р., та його планківський енергетичний розподіл, остаточно доведений в експерименті COBE 1992 р.. Зменшення кількості яскравих квазарів на великих червоних зміщеннях теорія теж не спроможна пояснити. З огляду на це Ф. Хойл, Ґ. Бербідж та Дж. Нарлікар 1993 р. запропонували квазі-стаціонарну модель Всесвіту, у якій збільшення масштабів відбувається за складнішим законом, – це добуток де-сіттерівського ($\exp Ht$) і осциляційного ($1+\eta\cos 2\pi t/Q$, $\eta < 1$) множників, де Q – період осциляцій, визначений за червоним зміщенням найдальшого спостережуваного об'єкта $z_{\max}$. Фактично це реанімація осциляційної моделі, яку аналізували ще в 30-х роках та відкинули як таку, яка не може забезпечити незмінності та "вічності" Всесвіту через другий закон термодинаміки: ентропія зростає в таких моделях від циклу до циклу, що свідчить, з одного боку, про скінченну кількість циклів у минулому, а з іншого, – про теплову смерть Всесвіту в майбутньому. У квазі–стаціонарній моделі зростання ентропії компенсоване народженням баріонів С-полем. Осциляції дають змогу усунути парадокс Ольберса та пояснити наявність фонового мікрохвильового випромінювання, яке в цій моделі є не реліктовим, а випромінюванням зір з попередніх циклів осциляцій, термалізованим у періоди максимального стиску. Однак щоб випромінювання зір термалізувати до 2.73 K у всьому енергетичному діапазоні, у якому реєструють мікрохвильовий фон (~0.1 мм - 10 см), авторам необхідно було запропонувати фізичний механізм цього явища. Вони вважали, що термалізація відбувається поглинанням випромінювання оптичного діапазону міжгалактичним пилом та перевипромінювання у мікрохвильовому діапазоні. Флюктуації температури мікрохвильового теплового випромінювання, виявлені в експериментах COBE, Boomerang, MAXIMA, WMAP та інших, автори пояснюють впливом гала-

ктик та скупчень галактик в останньому стиску. Причому підбиранням параметрів моделей усіх явищ автори отримують значення, близькі до спостережуваних.

Таке пояснення походження мікрохвильового фонового випромінювання потребує доведення існування однорідно розподіленого в міжгалактичному середовищі пилу. Проте вся сукупність спостережуваних даних про лінії поглинання в спектрах далеких квазарів засвідчує, що в міжгалактичному середовищі є гарячий розріджений іонізований газ у стані з мінімальною випромінювальною здатністю (мінімум функції охолодження за температури $T \sim 10^6$ К і концентрації частинок $n \sim 10^{-7}$ см$^{-3}$) і ніяких ознак пилових частинок, для формування яких необхідні хімічні елементи з більшим атомним числом, ніж у гелію. У цій теорії дейтерій, тритій, гелій-3 і гелій-4 синтезуються в зорях, як і всі інші елементи. Пояснення однаковості співвідношення концентрацій легких елементів до водню потребує існування процесів активного перемішування речовини у малих та великих масштабах, яких немає.

Ще спекулятивнішою є космогонічна складова теорії квазістаціонарного Всесвіту, яка мала б пояснити формування галактик, скупчень галактик та великомасштабної структури. Автори вважають, що нова баріонна речовина утворюється в областях найбільших згущень наявної баріонної речовини вибухоподібно (спалахи наднових, ядра активних галактих, квазари тощо), викидається в міжгалактичний простір, де й формуються нові галактики. Однак перспективи узгодження передбачень такого сценарію з усією сукупністю даних про групи та скупчення галактик, міжзоряне та міжгалактичне середовище, великомасштабну структуру Всесвіту та анізотропію мікрохвильового реліктового фону є примарними.

Інша цікава модель осцилювального Всесвіту, запропонована недавно відомим математиком і фізиком-теоретиком Р. Пенроузом [30], отримала назву конформна циклічна космологічна модель (англ. conformal cyclic cosmology (CCC)). У цій моделі, як і в попередніх, періодично відбуваються процеси розширення і стиснення, однак проблему зростання ентропії від циклу до циклу (у CCC вони названі еонами) вирішують чорні діри: вона

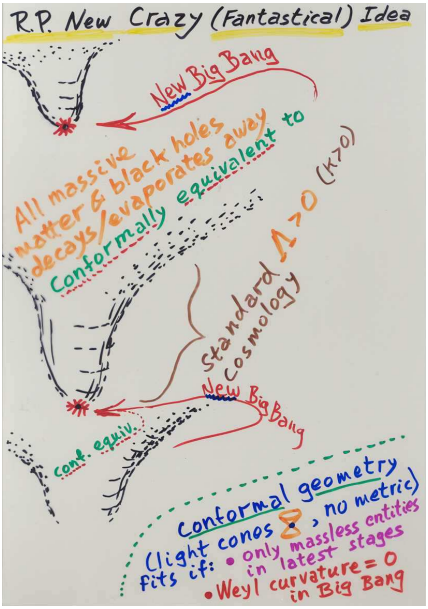

Рис. 1.6. Прозірка з доповіді Р. Пенроуза “Before the Big Bang? A new perspective on the Weyl curvature hypothesis”, виголошеної 11 липня 2005 р. в Інституті математичних наук імені Ісаака Ньютона, що ілюструє конформну еквівалентність еонів (узято із сайту http://www.newton.ac.uk/webseminars).

буде мінімальною під кінець кожного еону, тому що чорні діри, якими закінчиться еволюція зір та галактик, випаруються в ході розширення Всесвіту, перетворивши все на кванти електромагнітного випромінювання, а елементарні частинки (ферміони), що не потрапили в чорні діри, розпадуться на бозони. З огляду на це кінець кожного еону стає подібним на його початок – великий вибух: мінімальна ентропія та конформна відповідність метрики простору–часу одного еону іншому. Кінець одного еону – експоненціальне розширення – є початком (великим вибухом) наступного (рис. 1.6).

Тривалість одного еону є порядку гугола (10^{100}) років. Автори пропонують механізм народження частинок матерії відразу після чергового великого вибуху з фізичного поля, яке в попередньому еоні відігравало роль конформного множника метрики

простору–часу. У моделі Пенроуза ранньої інфляційної стадії на початку кожного еону нема, проте, на думку автора, проблеми стандартної моделі Великого вибуху тут не виникають через експоненціальне розширення наприкінці попереднього еону (пізня інфляція). Важливою рисою ССС є можливість реєстрації сигналу, випроміненого в попередньому еоні, тобто до Великого вибуху. Р. Пенроуз разом з В. Гурзадяном у [26] довели, що потужні гравітаційні хвилі, згенеровані в процесі злиття надмасивних чорних дір наприкінці попереднього еону, мали б зумовити концентричні кільця з дещо зниженою температурою на карті флюктуацій температури реліктового випромінювання. Учені заявили, що вони виявили такі структури на картах, отриманих в експериментах WMAP та BOOMERanG. Кілька груп астрофізиків пробували незалежно відтворити ці результати і дійшли висновку, що статистична значимість детектування кільцевих структур є надто малою, щоб бути аргументом на користь моделі ССС.

Є й інші питання до цієї моделі, на які поки-що немає задовільної відповіді. Зокрема, одним із центральних місць теорії є розпад усіх частинок, протонів і електронів, які не потрапили в чорні діри, на безмасові частинки. Однак це питання фізичного експерименту; поки-що немає жодних, – ні теоретичних, ні експериментальних, – мотивів зачисляти електрон до нестабільних частинок. Як відбувається зміна еонів та перетворення частинок і полів у цьому випадку? Як генерується початковий спектр збурень густини, що стали зародками елементів спостережуваної структури Всесвіту? Як народжується матерія? Чи є в цій моделі епоха космологічного нуклеосинтезу? Перелік питань можна продовжити... Те, що нема відповідей, однак, не є аргументом проти моделі, яка значно молодша від традиційної інфляційної моделі Всесвіту. Інфляційна модель ще теж не є завершеною теорією, проте тисячна армія науковців, що перевіряє і розробляє різні її аспекти, наразі не знайшла вагомих контраргументів.

Отже, еволюційна модель Всесвіту з інфляційною стадією на ранньому етапі розширення (рис. 1.5) сьогодні є безальтернативною та експериментально підтвердженою в експерименті

BICEP2 (2014). Практично всі отримані дотепер дані спостережувальної космології мають логічне пояснення і піддаються числовому моделюванню. Причому передбачення цієї теорії часто випереджали можливості їхньої спостережувальної перевірки. Узгодженість теоретичних передбачень із сьогоднішніми високоточними даними спостережень, отриманих на найбільших наземних, стратосферних та космічних телескопах, сягає кількох відсотків. Це дає підстави вважати, що космологія стала точнісною (precision cosmology у західній літературі) галуззю науки XXI ст. Це не означає, що космологія вже завершена, усе відомо і залишилось уточнити значення фізичних параметрів нашого Всесвіту. Є ще багато білих плям, вивчення яких може радикально змінити наші уявлення про світ, у якому ми живемо. Серед них – природа частинок темної матерії, природа і властивості темної енергії. З усієї баріонної речовини, яка світиться або може світитися, астрономи бачать лише 20 %. У яких місцях Всесвіту ховається решта 80 % баріонної речовини? Це робота ще для багатьох поколінь фізиків і астрономів. Найскладнішою, однак, є проблема Початку.

Перші два пункти етапів еволюції Всесвіту (стор. 24) – це гіпотеза, яку за сьогоднішніми теоретичними уявленнями і технічними можливостями не можна перевірити. Річ у тім, що інфляційна стадія має одну важливу особливість: її кінцевий стан "погано пам'ятає" початкові умови. Тому дебати, які тривають сьогодні про те, що було до Великого вибуху, мають здебільшого теоретичний характер. Однак дві важливі властивості спостережуваного Всесвіту повинні мати "природне" пояснення в будь-якій моделі: однаковість фізичних сталих усюди і завжди та точна налаштованість значень фізичних сталих для виникнення життя земного типу. Однаковість фізичних сталих у спостережуваному Всесвіті свідчить про те, що їхні значення у квантовій флюктуації, з якої роздувся наш Всесвіт, були усталені до початку інфляції. Обґрунтування другої властивості потребує додаткового пояснення. Річ у тім, що розмірність простору–часу, усі фундаментальні фізичні сталі, від яких залежить структура атомів та молекул, а також космологічні параметри (разом понад два десятки) мають такі значення, за яких тільки й може

існувати життя, яке ми знаємо. Незначна зміна значення будь-якого з них приведе до того, що життя на Землі не могло б існувати. Ймовірність випадкової реалізації саме таких значень фізичних і космологічних сталих мізерно мала... Пояснення другої властивості випливає з антропного принципу, що його багато вчених приймає на віру як аксіому: за безмежний проміжок часу в минулому (пункт 1 на стор. 24) серед безмежної кількості "невдалих" реалізацій сталася й така, що привела до утворення Всесвіту, у якому змогло виникнути життя і ми з вами із своїм прагненням пізнати світ у всіх його вимірах, фізичних і духовних. Очевидно, що в питанні Початку сучасна космологія підійшла до межі, за якою уже не піддається перевірці. Це область, в якій фізика переплітається з філософією та релігією.

1.5. Найближчі перспективи

Найближчими роками очікують суттєвого прогресу у вивченні Всесвіту й у найменших масштабах. Передусім фізики сподіваються на результати експериментів, для яких створено Великий адронний колайдер у ЦЕРНі поблизу Женеви. Реєстрацією бозона Гіґґса доведено правильність Стандартної моделі фізики елементарних частинок у загальних рисах. Проте її неповнота вже теж очевидна – виявлені осциляції нейтрино та темна енергія не вписуються у Стандартну модель. У цьому ж експерименті відтворено фізичні умови в плазмі, близькі до тих, які були в мільярдну частку секунди після Великого вибуху (кварк-глюонна плазма). Можливо, у цьому ж експерименті знайдуть відповіді на запитання щодо природи частинок темної матерії та баріонної асиметрії нашого Всесвіту.

Останніми десятиліттями активно проводять підземні експерименти з метою прямого детектування частинок темної матерії (див. розділ 3). Якщо частинки темної матерії розпадаються і одним з продуктів розпаду є рентгенівські або γ-кванти, то чутливі в цих ділянках спектра космічні телескопи (XMM Newton, Chandra, Integral, Fermi Gamma-ray Space Telescope) здатні реєструвати їх у напрямі гало масивних галактик. Відповідні про-

грами спостережень уже ведуть.

Результати розпочатих експериментів можуть уточнити, доповнити, а в дечому і змінити наші уявлення про будову й еволюцію Всесвіту та природу його прихованих компонент – темної матерії та темної енергії – уже впродовж найближчих кількох років.

Сучасна наукова картина світу від масштабу "кванта простору–часу" ($\sim 10^{-33}$ см, масштаб Планка) до масштабу Всесвіту як цілого ($\sim 10^{28}$ см, горизонт частинки сьогодні) вибудувана із надійно встановлених фундаментальних закономірностей і законів фізики. Якщо науковими істинами вважати такі, що набуті чи підтверджені внаслідок відповідних лабораторних експериментів, то практичний досвід людства покриває значно вужчі масштаби: від масштабу, що відповідає коптонівській довжині хвилі бозона Гіґґса, ($\sim 10^{-15}$ см) до масштабу Сонячної системи ($\sim 10^{13}$ см). Отже, діапазон масштабів, які людство сьогодні намагається осягнути, вибудовуючи наукову картину світу, у 10^{33} разів перевищує діапазон масштабів, випробуваних унаслідок наземних і космічних активних експериментів. Не менш вражає часовий діапазон такої екстраполяції: за допомогою сучасної техніки фізики здатні реєструвати події в світі елементарних частинок з точністю $\sim 10^{-15}$ с. Сучасна фізика й астрономія – результат узагальнення спостережень, активних експериментів і теоретичних напрацювань упродовж усього кількох тисячоліть. Уся історія людства вкладається в сто тисяч років ($\sim 10^{12}$ с). Фізики-теоретики, які вивчають процеси в ранньому Всесвіті, працюють з найменшими відрізками часу $\sim 10^{-43}$ с (планківський час). Космологічна шкала часу; вік Всесвіту $\sim 10^{17}$ с. Відношення діапазону часу у сучасній картині світу до практично-експериментального $\sim 10^{33}$! Що є в основі такої сміливої і далекої екстраполяції наукових знань? І, зрештою, що є стимулом такого пориву людської думки за межі, окреслені її практичною діяльністю?

Питання для самоконтролю

1. Назвіть 12 фундаментальних властивостей нашого Всесвіту, які є основою сучасної космології.
2. Якими є головні ознаки сучасних космологічних моделей?
3. Сформулюйте слабкий космологічний принцип. Хто і коли сформулював його вперше?
4. Сформулюйте сильний космологічний принцип. Які спостережувані факти є в його основі?
5. Які експерименти та спостереження необхідні, щоб заперечити сильний космологічний принцип?
6. Хто є засновником позагалактичної астрономії?
7. Коли, ким і як було доведено, що наш Всесвіт розширюється?
8. Який учений теоретично передбачив нестаціонарність однорідного ізотропного світу?
9. Хто і коли передбачив існування реліктового випромінювання?
10. Коли, хто і як відкрив реліктове випромінювання?
11. Чому такий великий інтервал часу між передбаченням і відкриттям реліктового випромінювання?
12. Космологія як фізична наука виникла лише після створення загальної теорії відносності. Чому?
13. Етапи еволюції Всесвіту у стандартній моделі Великого вибуху.
14. Назвіть сім проблем стандартної моделі Великого вибуху.
15. Що таке інфляційна стадія? Як з її уведенням вирішують проблеми стандартної моделі Великого вибуху?
16. Кого вважають автором інфляційного сценарію розвитку Всесвіту?
17. Анізотропія реліктового випромінювання: як виявляється? хто виявив уперше?
18. Існування структури Всесвіту та анізотропія реліктового випромінювання: проблема узгодження. У чому її суть?
19. Які спостережувальні підстави існування темної матерії?
20. Що виявила реалізація тесту видима зоряна величина – червоне зміщення для наднових Ia?

21. Перечисліть ключові відкриття в космології.
22. Коли, кому і за які відкриття в космології присуджено Нобелівську премію?

РОЗДІЛ 2

Космологічні моделі та основи теорії формування структури Всесвіту

Формування великомасштабної структури Всесвіту є центральною проблемою сучасної космології. До її елементів належать галактики, скупчення та надскупчення галактик, порожнини в їхньому розподілі, хмари нейтрального водню у міжгалактичному середовищі (Ly_α-хмари), збурення густини, швидкості та метрики простору–часу в епоху космологічної рекомбінації, які зумовлюють флюктуації температури реліктового випромінювання. Характеристиками великомасштабної структури є просторові (дво- і триточкові) кореляційні функції галактик та багатих скупчень галактик, їхні пекулярні швидкості, функція мас і рентгенівської світності скупчень галактик, розподіли об'єктів за червоними зміщеннями. Їхні значення залежать від спектра потужності скалярних збурень густини речовини на лінійній стадії розвитку, який називають початковим спектром збурень. Форма цього спектра (залежність амплітуди від масштабу) на великих масштабах (більших від масштабу горизонту частинки на момент рекомбінації) збігається з формою первісного спектра, який згенерований у ранню епоху внаслідок квантових флюктуацій метрики простору–часу, а на менших масштабах залежить від точних значень параметрів космологічної моделі та співвідношень густин компонент речовини й енергії, які заповнюють Всесвіт.

Ранні моделі інфляції передбачали масштабно-інваріантний первісний спектр потужності збурень густини у скалярній моді – спектр Зельдовича–Гаріссона: $P(k) \propto k^{n_s}$ з $n_s = 1$. Реалістичніші моделі інфляції передбачають відхилення від плоского спектра у бік як пологіших $n_s < 1$, так і крутіших $n_s > 1$, залежно від конкретної моделі скалярного поля, інфлатона, яке

забезпечує інфляцію.

Нижче викладено теорію космологічних збурень у калібрувально-інваріантному підході та проаналізовано узгодженість її передбачень з даними спостережувальної космології. Оскільки дані вимірювань анізотропії реліктового випромінювання у великій кількості експериментів, таких як Boomerang, MAXIMA, Archeops, WMAP, Planck та інших, остаточно довели існування акустичних піків у спектрі потужності його флюктуацій температури, які властиві скалярній моді збурень з адіабатичними початковими умовами, то саме цей клас космологічних збурень аналізуємо з погляду формування великомасштабної структури Всесвіту.

2.1. Космологічні моделі однорідного ізотропного Всесвіту

Основою усіх космологічних моделей, які обговорюють у науковій літературі, є розв'язки рівнянь Айнштайна для однорідного ізотропного Всесвіту. За динамічними властивостями їх можна розділити на кілька типів:

- модель порожнього Всесвіту з космологічною сталою (модель де Сіттера 1917 р.);
- моделі з матерією без космологічної сталої (моделі Фрідмана 1922 р. з додатною і від'ємною кривиною 3-простору та з нульовою кривиною Айнштайна - де Сіттера 1932 р.);
- моделі з матерією та космологічною сталою (стаціонарна модель Айнштайна 1917 р., моделі Леметра 1927 р.).

Розглянемо найбільш загальну модель з матерією, космологічною сталою та довільною кривиною 3-простору.

Отже, у такому Всесвіті гіперповерхня сталого часу є однорідною та ізотропною, кривина 3-простору K стала (не залежить від просторових координат) і його метрику можна записати у вигляді

$$dl^2 = \gamma_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = dr^2 + \chi^2(r)\left(d\vartheta^2 + sin^2\vartheta d\varphi^2\right) \tag{2.1}$$

$$\chi(r) = \begin{cases} r, & K = 0 \\ \sin r, & K > 0 \\ \sinh r, & K < 0 \end{cases}. \qquad (2.2)$$

Метрика 4-простору у цих випадках має вигляд

$$ds^2 = g_{ij}dx^i dx^j = c^2dt^2 - a^2(t)\gamma_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta = \\ a^2(\eta)d\eta^2 - a^2(\eta)\gamma_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta. \quad (2.3)$$

Отже, далі використовуватимемо фундаментальний метричний тензор простору–часу

$$g_{ij} = diag(a^2(\eta), -a^2(\eta), -a^2(\eta)\chi^2(r), -a^2(\eta)\chi^2(r)sin^2\vartheta), \quad (2.4)$$

метричний тензор конформного до нього 4-простору

$$\gamma_{ij} = diag(1, -1, -\chi^2(r), -\chi^2(r)sin^2\vartheta) \qquad (2.5)$$

та метричний тензор 3-простору (гіперповерхні, ортогональної до ліній часу)

$$\gamma_{\alpha\beta} = diag(1, \chi^2(r), \chi^2(r)sin^2\vartheta). \qquad (2.6)$$

Надалі покладатимемо $c = 1$, тому часова змінна t матиме розмірність довжини. Множник $a(t) = a(\eta)$ виконує функції радіуса 3-сфери, радіуса 3-псевдосфери та масштабного множника в моделях світу, відповідно, з додатною, від'ємною та нульовою кривиною 3-простору. Далі називатимемо його просто масштабним множником. Тут і далі латинські індекси i, j, ... пробігають значення 0, 1, 2, 3, а грецькі α, β, ... μ, ν, ... – 1,2,3. Кривину 3-простору зводять до значень $K = \pm 1$ у випадках 3-просторів додатньої і від'ємної кривини відповідним нормуванням множника $a(\eta)$. У цих випадках множник a має розмірність довжини (радіус 3-сфери або 3-псевдосфери), а координати конформного часу η і простору r безрозмірні. У випадку 3-простору Евкліда – $K = 0$ – зручно нормувати масштабний множник на одиницю на сучасний момент часу – $a(\eta_0) = 1$. У цій моделі a безрозмірне, а координати часу і простору мають розмірність довжини.

Рівняння Айнштайна 1917 р. з космологічною сталою Λ

$$R^i_j - \frac{1}{2}\delta^i_j R = 8\pi G T^i_j - \delta^i_j \Lambda \tag{2.7}$$

для такої метрики і тензора енергії–імпульсу T^i_j ідеальної рідини

$$\begin{gathered} T^i_j = T^i_{j\ (m)} + T^i_{j\ (rad)}, \quad T^i_{j\ (m)} = (\rho_m + p_m)u^i u_j - \delta^i_j p_m, \\ T^i_{j\ (rad)} = (\rho_{rad} + p_{rad})u^i u_j - \delta^i_j p_{rad} \end{gathered} \tag{2.8}$$

зводяться до звичайних диференціальних рівнянь для функції $a(\eta)$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + K = \frac{8\pi G}{3} a^2(\rho_m + \rho_{rad}) + \frac{1}{3}\Lambda a^2, \tag{2.9}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} - \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -\frac{4\pi G}{3} a^2 \left(\rho_m + 3p_m + \rho_{rad} + 3p_{rad}\right) + \frac{1}{3}\Lambda a^2, \tag{2.10}$$

де $\dot{()} \equiv d/d\eta$. У супутній до космологічного фону системі відліку $u_\alpha = u^\alpha = 0$, тому компонентами тензора енергії–імпульсу в правій частині рівнянь (2.7) були $T^0_{0\ (m,rad)} = \rho_{(m,rad)}$, $T^1_{1\ (m,rad)} = T^2_{2\ (m,rad)} = T^3_{3\ (m,rad)} = -p_{(m,rad)}$.

Із закону збереження енергії–імпульсу

$$T^j_{i\ ;j} = 0 \tag{2.11}$$

(тут і далі ";" означатиме коваріантну похідну за координатою з зазначеним індексом) випливає, що

$$\dot{\rho} = -3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p). \tag{2.12}$$

Система рівнянь (2.9)-(2.10) повинна бути доповнена рівнянням стану $p(\rho)$. Для випадку $p = \omega\rho$, який охоплює практично всі космологічні застосування рівнянь Айнштайна-Фрідмана (2.9)-(2.10), останнє рівняння інтегрують і отримують залежність густини енергії від конформного часу через залежніть $a(\eta)$:

$$\rho(\eta) = \rho(\eta_0)\left(\frac{a(\eta)}{a(\eta_0)}\right)^{-3(\omega+1)}. \tag{2.13}$$

Для баріонної матерії з нехтівно малим тиском та для холодної темної матерії, для яких $\omega = 0$, маємо $\rho_m(\eta) = \rho_m(\eta_0)\,[a(\eta_0)/a(\eta)]^3$. Для випромінювання з $\omega = 1/3$ його густина енергії $\rho_{rad}(\eta) = \rho_{rad}(\eta_0)\,[a(\eta_0)/a(\eta)]^4$. Для лоренц-інваріантної густини енергії вакууму, або космологічної сталої ($\omega = -1$), $\rho_\Lambda(\eta) = \rho_\Lambda(\eta_0) = \text{const}$. Надалі всі змінні величини в теперішній момент часу позначатимемо індексом 0.

Якщо ввести означення безрозмірних величин густини матерії Ω_m, космологічної сталої Ω_Λ, кривини 3-простору Ω_K так, що

$$\Omega_m \equiv \left(\frac{8\pi G\rho_m a^2}{3(\dot{a}/a)^2}\right)_{\eta_0}, \quad \Omega_{rad} \equiv \left(\frac{8\pi G\rho_{rad} a^2}{3(\dot{a}/a)^2}\right)_{\eta_0},$$
$$\Omega_\Lambda \equiv \left(\frac{\Lambda a^2}{3(\dot{a}/a)^2}\right)_{\eta_0}, \quad \Omega_K \equiv \left(\frac{-K}{(\dot{a}/a)^2}\right)_{\eta_0}, \tag{2.14}$$

то рівняння (2.9)-(2.10) в позначеннях (2.14) набуде вигляду

$$H = H_0\left(\Omega_{\rm rad}\frac{a_0^4}{a^4} + \Omega_m\frac{a_0^3}{a^3} + \Omega_K\frac{a_0^2}{a^2} + \Omega_\Lambda\right)^{\frac{1}{2}}, \tag{2.15}$$

$$q = \frac{H_0^2}{H^2}\left(\Omega_{\rm rad}\frac{a_0^4}{a^4} + \frac{1}{2}\Omega_m\frac{a_0^3}{a^3} - \Omega_\Lambda\right), \tag{2.16}$$

де $H \equiv a^{-1}da/dt = a^{-2}da/d\eta = \dot{a}/a^2$ – стала Габбла в момент часу η, а $q \equiv -\left(a\ddot{a}/\dot{a}^2 - 1\right)$ – параметр прискорення. (В останньому рівнянні пприйнято $p_m = 0$). Для сучасності ($\eta = \eta_0$) рівняння Айнштайна дають такі співвідношення:

$$\Omega_{\rm rad} + \Omega_m + \Omega_K + \Omega_\Lambda = 1, \tag{2.17}$$

$$q_0 = \Omega_{\rm rad} + \Omega_m/2 - \Omega_\Lambda. \tag{2.18}$$

Як бачимо, темп розширення Всесвіту визначений його складовими. Це рівняння дає змогу пов'язати червоне зміщення $z \equiv (\lambda - \lambda_0)/\lambda_0$ спостережуваного об'єкта з конформним часом моменту випромінювання η квантів світла, які ми реєструємо в даний момент часу η_0. Справді, оскільки у Всесвіті, що розширюється,

$$z + 1 = \frac{a_0}{a}, \tag{2.19}$$

то

$$\eta_0 - \eta = \frac{1}{H_0 a_0} \times$$
$$\times \int\limits_0^z \frac{dz'}{[\Omega_{\rm rad}(z'+1)^4 + \Omega_m(z'+1)^3 + \Omega_\Lambda + \Omega_K(z'+1)^2]^{\frac{1}{2}}}. \tag{2.20}$$

Кванти електромагнітного випромінювання, як і інші безмасові частинки, поширюються вздовж геодезійних, для яких $ds = 0$. Для сигналів, що поширюються радіально, із (2.3) маємо диференціальне співвідношення $d\eta = dr$. Інтегруючи його за припущення, що початок системи відліку є на Землі, отримаємо відстань до об'єкта, який випромінив сигнал у момент космологічного часу η: $r = \eta_0 - \eta$. Отже, величина $\eta_0 - \eta$ як функція червоного зміщення z є важливою для багатьох космологічних та астрофізичних застосувань.

Оскільки конформний час η пов'язаний з фізичним t диференціальним співвідношенням

$$dt = a(\eta) d\eta,$$

то можна отримати зв'язок між червоним зміщенням спостережуваного об'єкта та моментом фізичного часу t, коли сигнал був випромінений

$$t = \frac{1}{H_0} \int\limits_z^\infty dz' \left\{ \frac{1}{(z'+1)} \times \right.$$
$$\left. \times \frac{1}{[\Omega_{\rm rad}(z'+1)^4 + \Omega_m(z'+1)^3 + \Omega_\Lambda + \Omega_K(z'+1)^2]^{\frac{1}{2}}} \right\}. \tag{2.21}$$

Якщо нижня межа в цьому інтегралі $z = 0$, то отримаємо вік Всесвіту сьогодні t_0.

Отже, маємо п'ять параметрів – Ω_{rad}, Ω_m, Ω_Λ, Ω_K і H_0 (із них незалежними є чотири внаслідок (2.17)), які визначають вік Всесвіту, швидкість його розширення в довільний момент часу, параметр прискорення, відстань до горизонту частинки та зв'язок

супутньої відстані r (через яку виражають усі інші спеціально означені відстані – фізичну, фотометричну, означену за кутовими розмірами тощо) із червоним зміщенням. Із них найнадійніше прямими вимірюваннями визначена радіаційна складова, зумовлена електромагнітним реліктовим випромінюванням:

$$\Omega_{rad}^{(e.m.)} = \Omega_\gamma \equiv \frac{4\sigma T_0^4}{3H_0^2/8\pi G} = 2.47 \cdot 10^{-5} h^{-2} \left(\frac{T_0}{2.725}\right)^4, \quad (2.22)$$

де $h \equiv H_0/100$ км/с/Мпк, T_0 – сучасна температура реліктового випромінювання, яка, згідно з вимірюваннями в космічних експериментах COBE[1] і WMAP, дорівнює 2.7255 ± 0.0001.

Із тесту видима зоряна величина – червоне зміщення для наднових типу Ia, реалізованого за допомогою космічного телескопа Габбла, випливає обмеження на Ω_m і Ω_Λ вигляду: $\Omega_m - 0.75\Omega_\Lambda = -0.25 \pm 0.125$, яке вказує на позитивне значення Ω_Λ у співвідношенні приблизно 3:2 зі значенням Ω_m. Їх сума близька до 1. Отже, $\Omega_{rad} \ll \Omega_m$, Ω_Λ і ним можна знехтувати в аналізі динаміки розширення Всесвіту в епоху $a(\eta) \gg a_{eq} \equiv a(\eta_{eq})$, де η_{eq} – момент рівності густини енергії випромінювання і матерії,

$$a_{eq} \equiv 4.15 \cdot 10^{-5} \left(\frac{1+f_\nu}{1.683}\right) \left(\frac{T_0}{2.725}\right)^4 \left(\Omega_m h^2\right)^{-1}, \quad (2.23)$$

а f_ν – частка густини енергії, яка припадає на легкі нейтрино, на час η_{eq}. Якщо всі три сорти нейтрино безмасові, або їхні маси менші 1 еВ, то $f_\nu = 0.683$.

З рівнянь (2.15)-(2.16) також випливає, що у Всесвіті з нульовою кривиною 3-простору космологічна стала домінує за густиною на $z \leq z_\Lambda = (\Omega_\Lambda/\Omega_m)^{1/3} - 1$ ($\rho_m \leq \rho_\Lambda$), а прискорення розширення змінює знак на $z_q = (2\Omega_\Lambda/\Omega_m)^{1/3} - 1$ так, що $q > 0$ на $z > z_q$, і $q < 0$ на $z < z_q$. Тобто у нашому Всесвіті з $\Omega_\Lambda = 0.70$ і $\Omega_m = 0.30$ космологічна стала почала домінувати за густиною з $z \leq z_\Lambda = 0.33$, а прискорене розширення розпочалось ще з $z_q = 0.67$.

[1] Дж. Мазеру за дослідження спектра реліктового випромінювання присуджена Нобелівська премія в галузі фізики за 2006 р.

Для останньої з омег – Ω_K – досі ще немає прямих методів її визначення, а непрямі засвідчують, що у всій доступній для спостережень області вона близька до 0, $|\Omega_K| < 0.1$, тобто геометрія 3-простору є евклідовою або майже евклідовою.

Визначення сталої Габбла за червоним зміщенням та фотометричною відстанню об'єктів різної природи сьогодні має ще значно більші систематичні похибки, ніж статистичні: $H_0 = (74 \pm 4 \pm 8)$ км/с/Мпк. Крім того, цей метод охоплює відстані тільки до 1 Гпк і, по-суті, дає значення сталої Габбла в цьому околі довкола нас, і його співвідношення з глобальним H_0 необхідно ще з'ясовувати. Можливо, саме тому значення H_0, отримані на підставі методу Зельдовича–Сюняєва та гравітаційного лінзування, нижчі на 15-30 %. Отже, визначенню за спостереженнями підлягають чотири параметри – Ω_m, Ω_Λ, Ω_K і H_0. Враховуючи співвідношення (2.17), отримуємо тільки три незалежні з них.

2.1.1. Статична модель Айнштайна 1917 р. Рівняння (2.9)-(2.10) дають змогу отримати умови статичного світу і зрозуміти суть здогадки А. Айнштайна 1917 р. щодо космологічної сталої. Справді, умова статичності означає, що $\dot{a} = \ddot{a} = 0$. У позначеннях (2.14) рівняння (2.9)-(2.10) для статичного світу зводяться до системи двох простих алгебричних рівнянь[2]:

$$\Omega_m + \Omega_K + \Omega_\Lambda = 0, \quad \Omega_m - 2\Omega_\Lambda = 0.$$

Вони виконуються тільки за умови строгої рівності:

$$\Omega_K = -3\Omega_m/2 = -3\Omega_\Lambda. \tag{2.24}$$

Це означає, що такий світ має додатну кривину 3-простору ($K > 0$, $\Omega_K < 0$) та додатну космологічну сталу $\Omega_\Lambda > 0$, оскільки густина матерії Ω_m завжди більша від 0. Отже, статичний світ Айнштайна – це скінченний замкнутий простір Рімана з додатною космологічною сталою $\Omega_\Lambda = \Omega_m/2$, функція якої – компенсувати самогравітацію матерії. Чи це не та сама квінтесенція – п'ята сутність, яка ще у давніх римлян утримувала Місяць від падіння на Землю? Така модель Всесвіту є нестійкою –

[2] Для спрощення та відповідно до уявлень про склад Всесвіту у 1917 р. приймаємо $\Omega_{rad} = 0$.

локальні відхилення значень Ω_m, Ω_K і Ω_Λ від точних співвідношень між ними ведуть до нестаціонарного стану – розширення чи стискання, що теоретично доведено О. Фрідманом у 1922 р. Відкриття Е. Габблом у 1929 р. явища розбігання галактик стало першим експериментальним доказом нестаціонарної моделі Всесвіту. Сьогодні статична модель Айнштайна має суто теоретичне значення, оскільки наш Всесвіт є нестаціонарним.

2.1.2. Модель де Сіттера У 1917 р. В. де Сіттер проаналізував модель світу, в якому матеріальні та енергетичні складові не є визначальними, їхніми густинами можна знехтувати ($\Omega_{rad} = \Omega_m = 0$), проте є космологічна стала, яка може бути пов'язана з густиною енергії вакууму чи іншими полями, що однорідно заповнюють Всесвіт. Рівняння Фрідмана (2.15)-(2.16) в цьому випадку спрощуються –

$$H = H_0 \left(\Omega_K a^{-2} + \Omega_\Lambda\right)^{1/2}, \quad q = \frac{-\Omega_\Lambda}{\Omega_K a^{-2} + \Omega_\Lambda}. \tag{2.25}$$

Тут прийнято $a_0 = 1$. Оскільки $H_0 \equiv H(a_0)$, то $\Omega_K = 1 - \Omega_\Lambda$. Параметр сповільнення в сучасну епоху дорівнює космологічній сталій з оберненим знаком: $q_0 = -\Omega_\Lambda$. Тобто, в разі додатного значення космологічної сталої він розширюється з прискоренням, а за від'ємного – сповільнено. Причому, в другому випадку кривина 3-простору може бути тільки від'ємна: $K < 0$, $\Omega_K > 0$, а масштабний множник може змінюватись лише в межах $0 \leq a \leq a_{max}$, де $a_{max} = \sqrt{(\Omega_\Lambda - 1)/\Omega_\Lambda}$ відповідає моменту припинення розширення – $H(a_{max}) = 0$.

Тобто такий Всесвіт є безмежним у просторі, однак скінченим у часі: відрізок часу від початку розширення ($a = 0$) до максимального розширення ($a = a_{max}$) та наступного стискання до $a = 0$ є скінченним. Світ з $\Omega_\Lambda > 0$ і $\Omega_K > 0$ – це вічне розширення з додатним прискоренням. Цікавою є також модель з $\Omega_\Lambda > 1$ і $\Omega_K < 0$: це світ із замкнутим скінченним 3-простором, що еволюціонує по двох гілках так, що на гілці стискання a зменшується від ∞ до a_{min}, H зменшується від $\sqrt{\Omega_\Lambda} H_0$ до 0, а далі на гілці розширення вони зростають до ∞ та $\sqrt{\Omega_\Lambda} H_0$, відповідно. Мінімальне значення масштабного множника тут $a_{min} = \sqrt{(\Omega_\Lambda - 1)/\Omega_\Lambda}$. Параметр сповільнення на обох гілках такої моделі є від'ємним.

Для цієї моделі існують аналітичні представлення різних величин, описаних вище, що сприяє глибшому осягненню теми "Космологічні моделі Всесвіту". Зокрема, для найцікавішого випадку $\Omega_\Lambda > 0$ інтегрування рівняння Фрідмана (2.25) дає

$$a(t) = a_0 \begin{cases} \frac{\mathrm{sh}\left(\sqrt{\Omega_\Lambda} H_0 t\right)}{\mathrm{sh}\left(\sqrt{\Omega_\Lambda} H_0 t_0\right)}, & \mathrm{K}{<}0\ (\Omega_K > 0), \\ \exp\left(H_0(t - t_0)\right), & \mathrm{K}{=}0\ (\Omega_K = 0), \\ \frac{\mathrm{ch}\left(\sqrt{\Omega_\Lambda} H_0 t\right)}{\mathrm{ch}\left(\sqrt{\Omega_\Lambda} H_0 t_0\right)}, & \mathrm{K}{>}0\ (\Omega_K < 0). \end{cases} \tag{2.26}$$

У моделі з $K < 0$ час змінюється від 0 до ∞, у моделях з $K \geq 0$ – від $-\infty$ до ∞. Стала Габбла для цих моделей є такою:

$$H(t) = H_0 \begin{cases} \sqrt{\Omega_\Lambda}\,\mathrm{cth}\left(\sqrt{\Omega_\Lambda} H_0 t\right), & \mathrm{K}{<}0\ (\Omega_K > 0), \\ 1, & \mathrm{K}{=}0\ (\Omega_K = 0), \\ \sqrt{\Omega_\Lambda}\mathrm{th}\left(\sqrt{\Omega_\Lambda} H_0 t\right), & \mathrm{K}{>}0\ (\Omega_K < 0). \end{cases} \tag{2.27}$$

Важливі співвідношення, які для найбільш загальної моделі представлені в інтегральному вигляді, у моделі де Сіттера мають аналітичне представлення. Зокрема, співвідношення відстань – червоне зміщення (2.28) в моделі з $\Omega_K = 0$ ($\Omega_\Lambda = 1$) є таким:

$$r(z) = \frac{z}{H_0}. \tag{2.28}$$

Оскільки в такому світі масштабний множник змінюється від 0 до $a_0 = 1$ за час від $-\infty$ до t_0, то горизонту частинки[3] r_p в ньому нема ($r_p = \infty$). У такому світі, однак, існує горизонт подій $0 < r_e < \infty$: область, з якої за весь майбутній час існування Всесвіту до спостерігача не дійде жодний сигнал, що поширюється зі швидкістю світла чи меншою. Справді, інтегруючи вперед за часом вираз (2.28) від t_0 до ∞ або за z від 0 до -1, отримаємо

$$r_e = \frac{1}{H_0}. \tag{2.29}$$

[3]Найбільша відстань, з якої за весь час існування Всесвіту сигнал дійшов тільки тепер.

Ця властивість є надзвичайно важливою для розв'язання проблем стандартної моделі Великого вибуху, тому моделі де Сіттера набули широкого застосування в описах ранніх стадій еволюції Всесвіту, інфляційної або де-сіттерівської епохи.

2.1.3. Космологічні моделі Фрідмана для пилоподібного середовища. Рівняння Фрідмана (2.15)-(2.16) для пилоподібного середовища ($p_m = \Omega_{\rm rad} = \Omega_\Lambda = 0$) спрощуються,

$$H = H_0 \left(\Omega_m (z+1)^3 + \Omega_K (z+1)^2\right)^{\frac{1}{2}}, \tag{2.30}$$

$$q = \frac{1}{2}\Omega_m (z+1)^3 \frac{H_0^2}{H^2}, \tag{2.31}$$

і їх легко інтегрувати. Для сучасного моменту ($z = 0$) ці рівняння дають співвідношення між параметром густини матерії та параметром кривини 3-простору

$$\Omega_m + \Omega_K = 1$$

та значення параметра сповільнення $q_0 = \Omega_m/2$. У моделі з нульовою кривиною 3-простору $\Omega_m = 1$ параметр сповільнення є сталим $q = 1/2$, у випадку $K > 0$ $q > 1/2$, у випадку $K < 0$ $q < 1/2$. У цих моделях $q > 0$, тобто розширення відбувається зі сповільненням.

На ранніх етапах, коли $a \to 0$ і доданком з кривиною можна знехтувати, параметр сповільнення $q \to 1/2$. Тобто динаміка розширення раннього Всесвіту подібна до динаміки розширення світу з 3-простором Евкліда незалежно від знака і значення кривини 3-простору Всесвіту тепер. Рівняння (2.30) легко інтегрувати, залежності важливих характеристик моделей з $K > 0$, $K = 0$ і $K < 0$ від часу наведені в табл. 2.1.

Для порівняння масштабів і темпів розширення в різних моделях в однакові моменти часу масштабні множники пронормовані на одне і те ж значення $a_\pi \equiv a(\eta = \pi)$ у моделі з $K > 0$. У кожній моделі a_π можна бути виразити через $a_0 \equiv a(t_0)$. Наприклад, у плоскій моделі $a_\pi = \frac{4}{9}\frac{a_0^3}{(ct_0)^2}$. Залежності $a(t)$ для цих трьох моделей Фрідмана показані на рис. 2.1.

Горизонту подій у цих моделях нема – усе в такому світі доступне для спостережень. Горизонт частинки r_p у них завжди

Таблиця 2.1. Розв'язки для фрідманівських космологічних моделей з пилоподібним рівнянням стану

K	$ct(\eta)$	a	H	q	$\frac{\rho_m}{\rho_{cr}}$
>0	$\frac{a_\pi}{2}(\eta-\sin\eta)$	$\frac{a_\pi}{2}(1-\cos\eta)$	$\frac{2c}{a_\pi}\frac{\sin\eta}{(1-\cos\eta)^2}$	$\frac{1-\cos\eta}{\sin^2\eta}$	$\frac{2}{1+\cos\eta}$
$=0$	$\frac{a_\pi}{12}\eta^3$	$\frac{a_\pi}{4c}\eta^2=\left(\frac{9a_\pi}{4}\right)^{\frac{1}{3}}(ct)^{\frac{2}{3}}$	$\frac{8c}{a_\pi}\eta^{-3}=\frac{2}{3}t^{-1}$	$\frac{1}{2}$	1
<0	$\frac{a_\pi}{2}(\operatorname{sh}\eta-\eta)$	$\frac{a_\pi}{2}(\operatorname{ch}\eta-1)$	$\frac{2c}{a_\pi}\frac{\operatorname{sh}\eta}{(\operatorname{ch}\eta-1)^2}$	$\frac{\operatorname{ch}\eta-1}{\operatorname{sh}^2\eta}$	$\frac{2}{1+\operatorname{ch}\eta}$

обмежений. У моделі з 3-простором Евкліда ($K=0$), наприклад, у будь-який момент $r_p=3ct$, де t – це відрізок часу, який минув від моменту, коли $a=0$ – Великий вибух, до довільного a. Вік Всесвіту, згідно з (2.21), у цій моделі визначають через сталу Габбла:

$$t_0=\frac{1}{H_0}\int_0^\infty\frac{dz'}{(z'+1)^{5/2}}=\frac{2}{3}\frac{1}{H_0}, \tag{2.32}$$

що для $H_0=70$ км/(с Мпк) дає $t_0=9.3$ млрд років. Це дещо менше від віку найстарших зір нашої та інших галактик. Залежності $a(t)$ на рис. 2.1 також ілюструють зростання віку Всесвіту в разі переходу від закритої моделі до відкритої за одного і того ж значення сталої Габбла. Вік відкритих моделей з $\Omega_m\approx 0.3$ є уже близьким до віку найстарших зір нашої Галактики.

Співвідношення відстань – червоне зміщення (**??**) в цій моделі є таким:

$$r(z)=\frac{\mathrm{c}}{H_0}\int_z^0\frac{dz'}{(z'+1)^{3/2}}=\frac{2}{H_0}\left(1-\frac{1}{\sqrt{z+1}}\right). \tag{2.33}$$

Наприклад, супутня відстань до квазара із $z=1$ становить 2 510 Мпк, до квазара із $z=5$ — 5 071 Мпк, а відстань до горизонту частинки становить 8 570 Мпк.

У 1932 р. А. Айнштайн та В. де Сіттер детально проаналізували космологічну модель з пилоподібним середовищем та нульовою кривиною 3-простору, тому цю модель називають ще моделлю Айнштайна – де Сіттера.

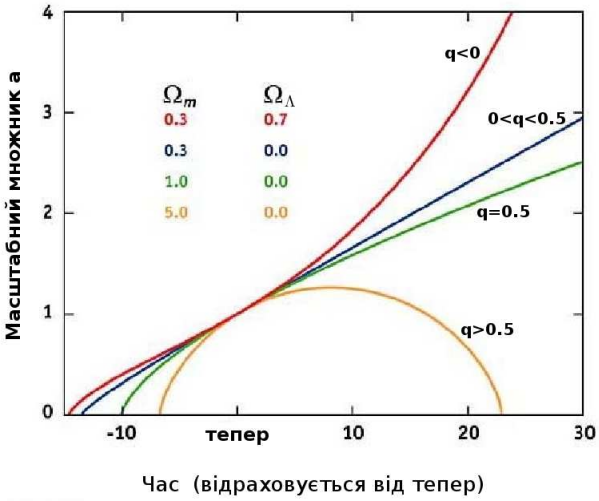

Рис. 2.1. Залежність масштабного множника від часу для моделей Фрідмана з пилоподібною матерією ($q > 0$) та для моделі з матерією та космологічною сталою ($q < 0$).

2.1.4. Космологічні моделі Фрідмана для середовища з ультрарелятивістським рівнянням стану. Рівняння Фрідмана (2.15)-(2.16) для середовища з ультрарелятивістським рівнянням стану $p = \frac{1}{3}c^2\rho$ ($\Omega_m = \Omega_\Lambda = 0$) спрощуються,

$$H = H_0 \left(\Omega_{rad}(z+1)^4 + \Omega_K(z+1)^2\right)^{\frac{1}{2}}, \tag{2.34}$$

$$q = \Omega_{rad}(z+1)^4 \frac{H_0^2}{H^2}, \tag{2.35}$$

і їх легко інтегрувати. У моделі з нульовою кривиною 3-простору параметр сповільнення $q = 1$, у випадку $K > 0$ $q > 1$, у випадку $K < 0$ $q < 1$. У всіх цих моделях $q > 0$, тобто розширення відбувається зі сповільненням. На ранніх етапах, коли $a \to 0$ і доданком з кривиною можна знехтувати, параметр сповільнення $q \to 1$. Тобто, як і в попередньому випадку, динаміка розширення раннього Всесвіту подібна до динаміки розширення світу з 3-простором Евкліда незалежно від знака і значення кривини 3-простору. Рівняння (2.34) легко інтегрувати, залежності важливих характеристик моделей з $K > 0$, $K = 0$ і $K < 0$ від

Таблиця 2.2. Розв'язки для фрідманівських космологічних моделей з ульрарелятивістським рівнянням стану.

K	$ct(\eta)$	a	H	q	ρ_{rad}/ρ_{cr}
>0	$a_\pi(1-\cos\eta)$	$a_\pi \sin\eta$	$\frac{c}{a_\pi}\frac{\cos\eta}{\sin^2\eta}$	$\frac{1}{\cos^2\eta}$	$\frac{1}{\cos^2\eta}$
$=0$	$\frac{a_\pi}{2}\eta^2$	$a_\pi\eta = (2a_\pi)^{\frac{1}{2}}\,(ct)^{\frac{1}{2}}$	$\frac{c}{a_\pi}\eta^{-2} = \frac{1}{2}t^{-1}$	1	1
<0	$a_\pi(\mathrm{ch}\eta - 1)$	$a_\pi\,\mathrm{sh}\,\eta$	$\frac{c}{a_\pi}\frac{\mathrm{ch}\eta}{\mathrm{sh}^2\eta}$	$\frac{1}{\mathrm{ch}^2\eta}$	$\frac{1}{\mathrm{ch}^2\eta}$

часу наведені в табл. 2.2.

Як і у випадку пилоподібного середовища, горизонту подій у цих моделях нема, а горизонт частинки r_p завжди обмежений. У моделі з 3-простором Евкліда ($K = 0$), наприклад, у будь-який момент $r_p = 2ct$. Вік Всесвіту, згідно з (2.21), у цій моделі визначений через сталу Габбла:

$$t_0 = \frac{1}{H_0}\int_0^\infty \frac{dz'}{(z'+1)^3} = \frac{1}{2}\frac{1}{H_0}. \tag{2.36}$$

Співвідношення відстань – червоне зміщення (**??**) у цій моделі є таким:

$$r(z) = \frac{\mathrm{c}}{H_0}\int_z^0 \frac{dz'}{(z'+1)^2} = \frac{1}{H_0}\left(1 - \frac{1}{z+1}\right). \tag{2.37}$$

2.1.5. Моделі з матерією і космологічною сталою. Цікавою з погляду відповідності теоретичних передбачень даним спостережувальної космології та астрофізики є модель з пилоподібною матерією та космологічною сталою з $\Omega_m = 0.3$, $\Omega_\Lambda = 0.7$ і $\Omega_K = 0$. Рівняння Фрідмана (2.15)-(2.16) в цьому випадку спрощуються до вигляду

$$H(z) = H_0\left(\Omega_m(z+1)^3 + \Omega_\Lambda\right)^{\frac{1}{2}}, \tag{2.38}$$

$$q(z) = \frac{H_0^2}{H^2}\left(\frac{1}{2}\Omega_m(z+1)^3 - \Omega_\Lambda\right). \tag{2.39}$$

Для сучасної епохи отримуємо відомі корисні співвідношення

$$\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1, \quad q_0 = \frac{1}{2}\Omega_m - \Omega_\Lambda.$$

Перше з них зводить систему до однопараметричної ($\Omega_m = 1 - \Omega_\Lambda$), а друге свідчить про характер динаміки розширення Всесвіту в сучасну епоху: якщо $\Omega_\Lambda > \Omega_m/2$, то розширення відбувається з прискоренням ($q_0 < 0$, $\ddot{a} > 0$). Рівняння (2.39) описує зміну динаміки розширення в минулому: у випадку додатного значення космологічної сталої в момент, який відповідає червоному зміщенню

$$z_{q=0} = \left(2\frac{\Omega_\Lambda}{\Omega_m}\right)^{1/3} - 1,$$

розширення зі сповільненням ($q > 0$, $\ddot{a} < 0$) змінилось на розширення з прискоренням ($q < 0$, $\ddot{a} > 0$), тобто в цей момент $q(z_{q=0}) = 0$. В моделі з $\Omega_m = 0.3$ і $\Omega_\Lambda = 0.7$ це стається на $z_{q=0} = 0.67$, що відповідає часу 6.1 млрд років тому. Якщо космологічна стала від'ємна, то Всесвіт розширюється зі сповільненням завжди.

Рівняння (2.38) описує зміну темпу розширення, його розв'язок дає залежність масштабного множника від часу. На червоних зміщеннях $z > z_\Lambda$, де

$$z_\Lambda = \left(\frac{\Omega_\Lambda}{\Omega_m}\right)^{1/3} - 1,$$

у правій частині виразу (2.38) домінує доданок, пов'язаний з параметром густини матерії, і цю епоху називають епохою домінування матерії. На менших червоних зміщеннях ($z < z_\Lambda$) домінує доданок, пов'язаний з космологічною сталою. У моделі з $\Omega_m = 0.3$ і $\Omega_\Lambda = 0.7$ червоне зміщення зміни епох $z_\Lambda = 0.33$, що відповідає часу 3.7 млрд. років тому.

Рівняння (2.38) має точний аналітичний розв'язок вигляду

$$a(t) = a_0 \left[\frac{\operatorname{sh}\frac{3}{2}H_0\sqrt{\Omega_\Lambda}t}{\operatorname{sh}\frac{3}{2}H_0\sqrt{\Omega_\Lambda}t_0}\right]^{2/3}, \tag{2.40}$$

який також показаний на рис. 2.1 для моделі з $\Omega_m = 0.3$ і $\Omega_\Lambda = 0.7$. У ранню епоху, коли $t \ll H_0^{-1}$, $a \propto t^{2/3}$, як у Всесвіті з пилоподібною матерією, тоді як у пізні епохи, коли $t \gg H_0^{-1}$, $a \propto \exp\sqrt{\Omega_\Lambda} H_0 t$, як у моделі де Сіттера.

На рис. 2.1 також проілюстровано, що вік всесвіту в моделі з космологічною сталою є більшим, ніж вік всесвіту у відкритій моделі Фрідмана з однаковими значеннями Ω_m і H_0. Із (2.21) для віку Всесвіту в цій моделі отримуємо

$$t_0 = \frac{2}{3}\frac{1}{H_0}\frac{1}{\sqrt{\Omega_\Lambda}} \ln \frac{1+\sqrt{\Omega_\Lambda}}{\sqrt{1-\Omega_\Lambda}}.$$

У моделі із $\Omega_m = 0.3$ і $\Omega_\Lambda = 0.7$ він становить 13.45 млрд років. Якщо $\Omega_\Lambda \to 0$, то цей вираз плавно переходить у (2.32), якщо ж $\Omega_\Lambda \to 1$, то $t_0 \to \infty$, про що згадано в параграфі, присвяченому моделі де Сіттера.

2.2. Теорія космологічних збурень. Однокомпонентне середовище

Теоретичною основою формування великомасштабної структури Всесвіту є теорія гравітаційної нестійкості Всесвіту, який розширюється, започаткована працею Є. Ліфшиця в 1946 р. [6, 1].

Означимо малі за амплітудою збурення метрики простору–часу і тензора енергії–імпульсу так:

$$\begin{aligned} &g_{ij} = \bar{g}_{ij} + a^2 h_{ij}, \quad \bar{g}_{00} = a^2, \quad \bar{g}_{\alpha\beta} = -a^2\gamma_{\alpha\beta} \quad |h_{ij}| \ll 1 \\ &T^i_j = \overline{T}^i_j + \mathrm{th}^i_j, \qquad \overline{T}^0_0 = \bar{\rho}, \quad \overline{T}^\alpha_\beta = -\bar{p}\delta^\alpha_\beta \quad |\,\mathrm{th}^i_j\,|/\bar{\rho} \ll 1, \end{aligned} \tag{2.41}$$

де риска означає незбурені фонові величини, еволюція яких описана в попередньому параграфі. Малі збурення метрики математично представляють тензорним полем h_{ij}, заданим в 4-просторі з фоновою метрикою $\bar{g}_{ij}$, так що всі тензорні операції над ними виконують з використанням незбуреної метрики (2.4). Очевидно, що h_{ij}, як і $\bar{g}_{ij}$, є симетричним тензором другого рангу в 4-просторі й містить десять незалежних компонент:

$$h_{00} \equiv -2\mathrm{A}, \;\; h_{0\alpha} \equiv -B_\alpha, \;\; h_{\alpha\beta} \equiv 2H_{\alpha\beta}.$$

Рівняння Айнштайна для збурень можна розв'язати, якщо задано систему відліку та систему координат або якщо збурення (2.41) представити в калібрувально-інваріантних змінних. Суть переходу до таких змінних полягає у вилученні з загального розв'язку рівнянь Айнштайна із метрикою і тензором енергії–імпульсу загального вигляду (2.41) тої частини розв'язків, які зумовлені довільністю в координатних перетвореннях тензорних величин та інваріантністю щодо таких перетворень рівнянь Айнштайна (детальніше про це див. [7, 9, 18] і посилання в них).

Оскільки існує довільність у виборі системи координат, то завжди є змога чотири компоненти метричного тензора звести до наперед заданого вигляду перетворенням координат $\tilde{x}^i = f^i(x^j)$. Отже, залишається шість фізичних ступенів вільності, які, однак, залежні від вибору f^i.

2.2.1. Калібрувально-інваріантні збурення метрики, густини і швидкості речовини. Для з'ясування співвідношення між фізичними і координатними ступенями вільності (координатний ще називають калібрувальним ступенем вільності) зручно розщепити компоненти за модами – скалярною, векторною та тензорною, як це запропоновано в піонерській праці Є. Ліфшиця [6]. Суть розщеплення полягає в такому: будь-яке 3-векторне поле $B_\alpha(\mathbf{x})$ можна представити у вигляді суми поздовжньої (longitudinal) і поперечної (transverse) складових:

$$B_\alpha = B_\alpha^{(L)} + B_\alpha^{(T)}, \;\; \nabla \times \mathbf{B}^{(L)} = \nabla \cdot \mathbf{B}^{(T)} = 0, \tag{2.42}$$

де $\nabla\times$ – ротор, а $\nabla\cdot$ – градієнт у 3-просторі довільної кривини, тобто узагальнені коваріантні похідні за просторовими координатами. Їхня назва походить від того, що в розкладі по плоских хвилях поздовжня складова паралалельна до хвильового вектора, а поперечна – перпендикулярна. Такий розклад не однозначний, проте завжди здійсненний. Поздовжня складова може бути представлена градієнтом відповідної скалярної функції, тоді як поперечна є вихровим вектором, який не можна отримати коваріантним диференціюванням скалярної функції. Ці дві складові незалежні й у лінійній теорії не впливають на розвиток одна одної.

Аналогічний розклад можна виконати для тензора другого

рангу $H_{\alpha\beta}(\mathbf{x})$, лише з тою різницею, що тут є вже три можливості: обидва індекси - поздовжні компоненти; один - поздовжня, інший - поперечна; обидва індекси - поперечні:

$$H_{\alpha\beta} = H^{(LL)}_{\alpha\beta} + H^{(LT)}_{\alpha\beta} + H^{(TT)}_{\alpha\beta},$$

де перші два доданки є узагальненням (2.42) для тензора другого рангу, а третій є тензором з нульовою дивергенцією: $\gamma^{\beta\mu}\nabla_\mu H^{(TT)}_{\alpha\beta} = 0$. Перший доданок, LL-складову, можна представити у вигляді суми діагонального і безслідового тензорів: $H^{(LL)}_{\alpha\beta} = H^L\gamma_{\alpha\beta} + H^T_{\alpha\beta}$. Решта складові – LT і TT – є теж безслідовими. Безслідовий симетричний тензор $H^T_{\alpha\beta}$ можна представити як градієнт скалярного поля H_T:

$$H^T_{\alpha\beta} = \left(\nabla_\alpha\nabla_\beta - \frac{1}{3}\gamma_{\alpha\beta}\nabla^2\right) H_T, \tag{2.43}$$

а симетричний безслідовий тензор $H^{(LT)}$ – як градієнт поперечного векторного поля $H^{(V)}_\alpha$:

$$H^{(LT)}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\left(\nabla_\alpha H^{(V)}_\beta - \nabla_\beta H^{(V)}_\alpha\right). \tag{2.44}$$

Вихрове векторне поле $H^{(V)}_\beta$ та “вихрове безслідове тензорне поле” $H^{(TT)}_{\alpha\beta}$ задовольняють умови

$$\nabla_\alpha H^{(V)}_\alpha = H^{(T)^\alpha}_\alpha = \nabla_\beta H^{(TT)^\beta}_\alpha = 0.$$

Оскільки ми розвиваємо лінійну теорію збурень, то для розкладу за власними функціями скалярних величин скористаємось набором власних функцій лапласіана

$$\Delta Y^{(S)} = -k^2 Y^{(S)},$$

а векторних і тензорних, відповідно, – власних функцій узагальненого рівняння Гельмгольца

$$\Delta Y^{(V)}_\beta = -k^2 Y^{(V)}_\beta, \text{ і } \Delta Y^{(T)}_{\alpha\beta} = -k^2 Y^{(T)}_{\alpha\beta} \ ,$$

де $Y^{(V)}_{\beta}$ – поперечний вектор, для якого $\nabla^{\beta} Y^{(V)}_{\beta} = 0$; $Y^{(T)}_{\alpha\beta}$ – симетричний поперечний безслідовий тензор, для якого $Y^{(T)\beta}_{\beta} = \nabla^{\alpha} Y^{(T)}_{\alpha\beta} = 0$.

Аналогічно до (2.43)-(2.44) можна побудувати вектори і тензори скалярного типу і тензори векторного типу. Для цього означимо

$$Y^{(S)}_{\beta} \equiv -k^{-1}\nabla_{\beta} Y^{(S)}, \quad Y^{(S)}_{\alpha\beta} \equiv k^{-2}\nabla_{\alpha}\nabla_{\beta} Y^{(S)} + \frac{1}{3}\gamma_{\alpha\beta} Y^{(S)},$$
$$Y^{(V)}_{\alpha\beta} \equiv -\frac{1}{2k}(\nabla_{\beta} Y^{(V)}_{\alpha} + \nabla_{\alpha} Y^{(V)}_{\beta}) \ .$$

Векторне поле тепер можна записати у вигляді розкладу

$$B_{\alpha} = B Y^{(S)}_{\alpha} + B^{(V)} Y^{(V)}_{\alpha}, \tag{2.45}$$

а тензорне –

$$H_{\alpha\beta} = H_L Y^{(S)} \gamma_{\alpha\beta} + H_T Y^{(S)}_{\alpha\beta} + H^{(V)} Y^{(V)}_{\alpha\beta} + H^{(T)} Y^{(T)}_{\alpha\beta}, \tag{2.46}$$

де B, $B^{(V)}$, H_L, H_T, $H^{(V)}$ і $H^{(T)}$ – функції η і k. Вигляд функцій $Y^{(S)}$, $Y^{(V)}_{\alpha\beta}$ і $Y^{(T)}_{\alpha\beta}$ наведено у [9]. Отже, довільні малі збурення метрики простору–часу можна розкласти на три типи залежно від того, як вони перетворюються в разі зміни просторових координат – скалярні, векторні й тензорні. У лінійній теорії кожний тип чи, інакше, мода збурень розвиваються незалежно й у випадку однорідного ізотропного фону їх можна описувати незалежно одна від одної за часовою і просторовою координатами. Тобто розклад просторової залежності кожної з мод збурень може бути свій. Надалі, доки ми не виходимо за межі лінійної теорії, розумітимемо просторову залежність будь-якої скалярної, векторної чи тензорної функцій як таку, що представлена в розкладі за відповідними функціями, а щоб не переобтяжувати формули інтегралами, їх просто опускатимемо. Рівняння записуватимемо для гармонік відповідного розкладу.

Нехай метрика однорідного ізотропного Всесвіту γ_{ij} має вигляд (2.3). Виконаємо мале перетворення координат вигляду $\tilde{x}^i = x^i + \xi^i$, де $|\xi^i| << |x^i|$, $x^0 \equiv \eta$, $\tilde{x}^0 \equiv \tilde{\eta}$. За допомогою

тензорних перетворень

$$g_{ij}(x^k) = \frac{\partial \tilde{x}^l}{\partial x^i}\frac{\partial \tilde{x}^m}{\partial x^j}\tilde{g}_{lm}(\tilde{x}^k)$$

у лінійному наближенні отримаємо

$$\tilde{h}_{ij} = h_{ij} - 2\frac{\dot{a}}{a}\xi^0\gamma_{ij} - \xi^l\frac{\partial}{\partial x^l}\gamma_{ij}(x^m) - \gamma_{ik}(x^m)\frac{\partial \xi^k}{\partial x^j} - \gamma_{lj}(x^m)\frac{\partial \xi^l}{\partial x^i}.$$

Уведемо позначення $\xi_0 \equiv T(\eta)Y^{(S)}(x^\gamma)$, $\xi_\alpha \equiv L_\alpha$. Останній вираз можна вважати компонентами 3-вектора, який знову ж таки розкладемо на "скалярну" і "вихрову" складові, кожну з яких представимо у розкладі за власними функціями рівняння Гельмгольца

$$L_\alpha(\eta, x^k) = L(\eta)Y^{(S)}_\alpha(x^k) + L^{(V)}Y^{(V)}_\alpha(x^k). \tag{2.47}$$

Таке мале перетворення координат приводить до малих змін метрики простору–часу чи перетворень збурень метрики вигляду:

$$\tilde{h}_{00} = h_{00} + 2\left(\frac{\dot{a}}{a}T + \dot{T}\right)Y^{(S)}, \tilde{h}_{0\alpha} = h_{0\alpha} - TY^{(S)}_{,\alpha} - \dot{L}Y^{(S)}_\alpha - \dot{L}^{(V)}Y^{(V)}_\alpha,$$
$$\tilde{h}_{\alpha\beta} = h_{\alpha\beta} - 2\frac{\dot{a}}{a}TY^{(S)}\gamma_{\alpha\beta} - LY^{(S)}_{\alpha|\beta} - L^{(V)}Y^{(V)}_{\alpha|\beta} - LY^{(S)}_{\beta|\alpha} - L^{(V)}Y^{(V)}_{\beta|\alpha}. \tag{2.48}$$

(Тут і далі "|" над рядком чи під рядком означатиме, відповідно, контра- чи коваріантну похідну у 3-просторі з метрикою $\gamma_{\alpha\beta}$ за змінною, зазначеною індексом після неї).

Із застосуванням таких перетворень до метрики зі збуреннями h_{ij} з урахуванням (2.45), (2.46) і (2.47) компоненти розкладу збурень A, B, $B^{(V)}$, H_L, H_T, $H^{(V)}$ і $H^{(T)}$ перетворимо так:

$$\tilde{A} = A - \frac{\dot{a}}{a}T - \dot{T}, \tilde{B} = B + \dot{L} + kT, \tilde{B}^{(V)} = B^{(V)} + \dot{L}^{(V)}, \tag{2.49}$$

$$\begin{gathered}\tilde{H}_L = H_L - \frac{\dot{a}}{a}T - \frac{k}{3}L, \quad \tilde{H}_T = H_T + kL, \\ \tilde{H}^{(V)} = H^{(V)} + kL^{(V)}, \quad \tilde{H}^{(T)} = H^{(T)}.\end{gathered} \tag{2.50}$$

З використанням цих співвідношень можна побудувати величини, які не змінюють свого вигляду в разі малих перетворень координат. Такі величини називають калібрувально-інваріантними. Як бачимо, тензорна компонента $H^{(T)}$ не змінилася. Отже, тензорні збурення метрики є калібрувально-інваріантними величинами. Скалярні (A, B, H_L, H_T) і векторні ($B^{(V)}$, $H^{(V)}$) компоненти змінилися, однак певною комбінацією компонент у цих двох групах можна побудувати калібрувально-інваріантні величини. Справді, легко побачити, що величина

$$\sigma^{(V)} = k^{-1}\dot{H}^{(V)} - B^{(V)} = k^{-1}\dot{\tilde{H}}^{(V)} - \tilde{B}^{(V)} \tag{2.51}$$

є інваріантною. Розрахована в одній системі координат у певній точці фізичного 4-простору, вона залишається такою ж у будь-якій системі координат у тій самій точці фізичного простору. Це також означає, що вибором координат не можна усунути "фізичних" векторних збурень. Можна лише певним вибором ξ_α занулити $B^{(V)}$ або $H^{(V)}$. Справді, прийнявши, наприклад, $kL^{(V)} = H^{(V)}$ отримаємо, що $\tilde{H}^{(V)} = 0$, але $\tilde{B}^{(V)} \neq 0$ і в цій системі координат $\tilde{B}^{(V)} = -\sigma^{(V)}$. Таке калібрування називають **векторним.** (У загальному випадку тензор $\sigma^{(V)}Y^{(V)}_{\alpha\beta}$ є тензором зсуву на гіперповерхні сталого часу).

Зі скалярних компонент метричного тензора можна побудувати кілька калібрувально-інваріантних величин.

Поздовжнє або конформно-ньютонівське калібрування. Часто вживаними завдяки їхній простій фізичній інтерпретації є дві такі незалежні калібрувально-інваріантні комбінації скалярних компонент метричного тензора:

$$\begin{aligned}\Phi = H_L + \frac{1}{3}H_T - \frac{\dot{a}}{a}\frac{1}{k^2}\left(\dot{H}_T - kB\right) = \\ \tilde{H}_L + \frac{1}{3}\tilde{H}_T - \frac{\dot{a}}{a}\frac{1}{k^2}\left(\dot{\tilde{H}}_T - k\tilde{B}\right),\end{aligned} \tag{2.52}$$

$$\begin{aligned}\Psi = A - \frac{1}{k^2}\left(\ddot{H}_T - k\dot{B}\right) - \frac{\dot{a}}{a}\frac{1}{k^2}\left(\dot{H}_T - kB\right) = \\ \tilde{A} - \frac{1}{k^2}\left(\ddot{\tilde{H}}_T - k\dot{\tilde{B}}\right) - \frac{\dot{a}}{a}\frac{1}{k^2}\left(\dot{\tilde{H}}_T - k\tilde{B}\right).\end{aligned} \tag{2.53}$$

Для того, щоб зрозуміти “геометричну суть” цих калібрувальних величин, скористаємось довільністю у виборі функцій ξ_j так, щоб “занулити” H_T і B. Для цього необхідно прийняти $L = -k^{-1}H_T$ і $T = k^{-1}B + k^{-2}\dot{H}_T$. У цих координатах без векторної і тензорної моди збурень метрика (2.41) набуде вигляду:

$$ds^2 = (\bar{g}_{ij} + a^2 h_{ij}^{(CN)})dx^i dx^j = \\ a^2(1 + 2\Psi Y^{(S)})d\eta^2 - a^2(1 + 2\Phi Y^{(S)})\gamma_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta. \quad (2.54)$$

Тобто за наявності тільки скалярних збурень можна вибрати таку систему координат, у якій метрика буде діагональною, а малі поправки до незбуреної метрики є калібрувально-інваріантними величинами Ψ і Φ для часової та просторової компонент, відповідно. За геометричною суттю таке калібрування (систему відліку) називають поздовжнім або діагональним (longitudinal gauge, $H_T = B = 0$). Із метрики (2.54) випливає фізичний зміст калібрувально-інваріантних величин Ψ і Φ. Очевидно, що $1+\Psi$ є амплітудою просторової залежності інтервалу власного часу від інтервалу координатного часу вздовж нормалі до гіперповерхні сталого часу з нульовим зсувом. Скаляр кривини такої поверхні

$$R = a^{-2}\left(6K + 4(k^2 - 3K)\right)\Phi Y^{(S)},$$

тому Φ є амплітудою збурень кривини. Оскільки Ψ і Φ пов’язані з класичним ньютонівським гравітаційним потенціалом збурень, то це калібрування ще називають конформно-ньютонівським. У літературі величини Ψ і Φ називають потенціалами Бардіна.

Синхронне калібрування. У науковій літературі країн СНД воно більше відоме як синхронна система координат (і система відліку). З рівнянь (2.49) випливає, що вибором T, L і $L^{(V)}$ завжди можна домогтися $\tilde{A} = \tilde{B} = \tilde{B}^{(V)} = 0$, тобто $h_{00} = h_{0\alpha} = 0$, і синхронність системи відліку забезпечена і зі збуреннями. Причому ще залишається довільність у заданні такої системи відліку. Особливо відчутна вона, коли аналізують тільки скалярні збурення. Вона “пролазить” у кінцеві результати у вигляді фіктивних (нефізичних) розв’язків [6, 1]. У цьому калібруванні без векторної і тензорної мод збурень метрика (2.3) і (2.41) набуває вигляду:

$$ds^2 = (\bar{g}_{ij} + a^2 h_{ij}^{(S)})dx^i dx^j =$$
$$a^2 d\eta^2 - a^2(\gamma_{\alpha\beta} + H_L Y^{(S)}\gamma_{\alpha\beta} + H_T Y_{\alpha\beta}^{(S)})dx^\alpha dx^\beta.$$

Збурення в тензорі енергії–імпульсу. Нехай енергію й імпульс у кожній точці матеріального середовища (у наближенні суцільного середовища) описує загальний симетричний тензор енергії–імпульсу $T_j^i = \overline{T}_j^i + \mathrm{th}_j^i$. Означимо густину енергії ρ і 4-вектор швидкості потоку $\mathbf{u}$ густини енергії так, що густина енергії – це проекція 0-компонент тензора енергії–імпульсу на 4-вектор $\mathbf{u}$, а потік енергії – проекція просторових компонент на 4-вектор $\mathbf{u}$:

$$T_j^0 u^j = \rho, \quad T_i^\alpha u^i = \rho u^\alpha, \quad u_i u^i = 1. \tag{2.55}$$

Як і в параграфі 2.1 приймаємо, що незбурені компоненти вектора 4-швидкості є $\bar{u}^i = a^{-1}(1,0,0,0)$ ($\bar{u}_i = a(1,0,0,0)$). Збурення цих величин запишемо у вигляді

$$\rho = \bar{\rho}\,(1+\delta)\,, \quad u^i = \bar{u}^i + \delta u^i. \tag{2.56}$$

Уважаємо збурення малими: $\delta \ll 1$, $\delta u^i \ll 1$. У лінійній теорії збурень нехтуємо квадратичними членами. З умови нормування $u_i u^i = 1$ випливає, що

$$u^0 = \frac{1}{a}(1 - AY^{(S)}). \tag{2.57}$$

Перепозначимо для зручності просторову частину 4-вектора швидкості й розкладемо її, як і раніше, на вектор-градієнт і вектор-ротор:

$$\delta u^\alpha / \bar{u}^0 = v^\alpha = vY^{(S)\alpha} + v^{(V)}Y^{(V)\alpha}. \tag{2.58}$$

Розкладемо тензор енергії–імпульсу на скалярну, векторну і тензорну незалежні і незвідні одна до одної компоненти, подібно до того, як ми вчинили з метричним тензором. Для цього введемо проекційний тензор $P_j^i \equiv u^i u_j + \delta_j^i$, за допомогою якого виділимо тангенціальну складову тензора енергії–імпульсу τ^{ij}, ортогональну до вектора u, так:

$$\tau^{ij} = P_k^i P_m^j T^{km}. \tag{2.59}$$

Цей тензор називають тензором напружень, або тензором тиску. У випадку, коли немає збурень, $\tau^0_0 = \tau^0_\alpha = 0$, $\tau^\alpha_\beta = \bar{p}\delta^\alpha_\beta$. Його $\binom{0}{0}$- і $\binom{0}{\alpha}$-компоненти залишаються нульовими в лінійному наближенні і за наявності збурень. Тензор τ^α_β у загальному випадку може містити скалярну, векторну і тензорну незалежні моди збурень. Виділимо їх. Представимо спочатку τ^α_β як суму діагонального і безслідового тензорів:

$$\tau^\alpha_\beta = \bar{p}\left[(1+\Pi_L)\,\delta^\alpha_\beta + \Pi^\alpha_\beta\right], \qquad \Pi^\alpha_\alpha = 0. \tag{2.60}$$

Перший доданок враховує ізотропний тиск, другий – анізотропну складову тиску, зумовлену, наприклад, беззіткнювальними частинками із залишковими тепловими швидкостями (реліктові нейтрино з масою в кілька електрон-вольт) чи реліктовими фотонами, розсіяними в плазмі з неоднорідною густиною електронів і протонів. Для ідеальної рідини $\Pi^\alpha_\beta = 0$. Безслідовий тензор Π^α_β, аналогічно до $H_{\alpha\beta}$, розкладемо на скалярну (обидва індекси – компоненти вектора-градієнта), векторну (один індекс – компоненти вектора-градієнта, інший – компоненти вектора-ротора) і тензорну (обидва індекси – компоненти вектора-ротора) складові:

$$\Pi^\alpha_\beta = \Pi^{(S)} Y^{(S)\,\alpha}_\beta + \Pi^{(V)} Y^{(V)\,\alpha}_\beta + \Pi^{(T)} Y^{(T)\,\alpha}_\beta.$$

Застосуємо такі ж перетворення координат до компонент тензора енергії–імпульсу і його складових, як і до метрики (2.47)-(2.48), отримаємо перетворення, аналогічні до (2.49-2.50):

$$\tilde{\delta} = \delta - \frac{\dot{\rho}}{\rho}T = \delta + 3(1+\omega)\frac{\dot{a}}{a}T, \tilde{v} = v + \dot{L}, \tilde{v}^{(V)} = v^{(V)} + \dot{L}^{(V)},$$
$$\tilde{\Pi}_L = \Pi_L + \frac{\dot{\bar{p}}}{\bar{p}}T = \Pi_L + 3(1+\omega)\frac{c_a^2}{\omega}\frac{\dot{a}}{a}T,$$
$$\tilde{\Pi}^{(S)} = \Pi^{(S)}, \tilde{\Pi}^{(V)} = \Pi^{(V)}, \tilde{\Pi}^{(T)} = \Pi^{(T)}. \tag{2.61}$$

Як бачимо, всі три складові безслідового тензора зсуву Π^α_β є калібрувально-інваріантними (з точністю до другого порядку мализни) за малих довільних перетворень координат. Це наслідок теореми Стюарта–Вокера для безслідового тензора. Четвертий інваріант можна отримати простою комбінацією першого й

останнього виразів (2.61):

$$\Gamma = \Pi_L - \frac{c_s^2}{w}\delta,$$

де $c_s^2 \equiv \dot{p}/\dot{\rho}$ – квадрат адіабатичної швидкості звуку, а $w \equiv p/\rho$ – параметр рівняння стану. У [9] показано, що Γ пропорційна до дивергенції потоку ентропії збурень. Очевидно, що для адіабатичних збурень, $\Gamma = 0$.

Калібрувально-інваріантну характеристику збурення густини та швидкості можна отримати комбінацією δ, v і $v_\alpha^{(V)}$ з відповідними компонентами збурень метрики:

$$V \equiv v - \frac{1}{k}\dot{H}_T, \tag{2.62}$$

$$D \equiv \delta + 3(1+w)\frac{1}{k}\frac{\dot{a}}{a}\left(v - B\right), \tag{2.63}$$

$$D_g \equiv \delta + 3(1+w)\left(H_L + \frac{1}{3}H_T\right), \tag{2.64}$$

$$D_s \equiv \delta - 3(1+w)\frac{1}{k}\frac{\dot{a}}{a}\left(B - \frac{1}{k}\dot{H}_T\right), \tag{2.65}$$

$$V^{(V)} \equiv v^{(V)} - \frac{1}{k}\dot{H}^{(V)}, \tag{2.66}$$

$$\Omega^{(V)} \equiv v^{(V)} - B^{(V)} = \sigma^{(V)} + V^{(V)}. \tag{2.67}$$

Калібрувально-інваріантні величини (2.62), (2.63), (2.65)-(2.67) введені Дж. Бардіним (1980). Їхній фізичний зміст стає зрозумілим, якщо застосувати зазначені вище калібрування.

У конформно-ньютонівському калібруванні $H_T = B = 0$, тому з (2.62) і (2.65) випливає, що $V = v$ і $D_s = \delta$. Отже, збурення густини і швидкості речовини, визначені в конформно-ньютонівському калібруванні, є калібрувально-інваріантними величинами.

Калібрувально-інваріантна величина D дорівнює збуренню густини δ в системі відліку, у якій $v = B$. Однак це умова ортогональності світових ліній матерії до гіперповерхні сталого часу $t = const$, тобто D – це збурення густини на просторовій гіперповерхні, у кожній точці якої матерія нерухома. Прикладом

може бути пилоподібне середовище, у якому можна реалізувати систему відліку, яка є синхронною і супутньою одночасно – $v = B = 0$.

Калібрувально-інваріантна величина D_g є збуренням густини δ в системі відліку, у якій флюктуації скаляру внутрішньої кривини гіперповерхні постійного часу відсутні: $\mathcal{R} \equiv H_L + H_T/3 = 0$.

Наведені тут калібрувально-інваріантні величини D, D_s і D_g пов'язані простими співвідношеннями

$$D = D_s + 3(1+\omega)\frac{1}{k}\frac{\dot{a}}{a}V, \quad D_g = D_s + 3(1+\omega)\Phi \tag{2.68}$$

(комбінація калібрувально-інваріантних величин є калібрувально-інваріантною величиною).

Векторні збурення мають значно меншу калібрувальну довільність, оскільки перетворення часової координати не породжують векторних складових збурень метрики чи матерії. У векторному калібруванні ($H^{(V)} = 0$) для двох характеристик (2.66)-(2.67) отримуємо: $V^{(V)} = v^{(\mathrm{vec})}$, а $\Omega^{(V)} = v^{(\mathrm{vec})} + \sigma^{(V)}$. Перша з них є амплітудою тензора зсуву

$$\sigma_{\alpha\beta} = -akv^{(\mathrm{vec})}Y^{(V)}_{\alpha\beta},$$

а друга – амплітудою тензора завихрення

$$\omega_{\alpha\beta} \equiv \frac{1}{2}P^i_\alpha\left(u_{i;j} - u_{j;i}\right)P^j_\beta = a\Omega^{(V)}\left(Y^{(V)}_{\alpha|\beta} - Y^{(V)}_{\beta|\alpha}\right).$$

Оскільки жодні малі перетворення координат вигляду $\tilde{x}^i = x^i + \xi^i$ не змінюють тензорних компонент збурень метрики $H^{(T)}$ і тензора енергії–імпульсу $\Pi^{(T)}$, то вони автоматично є калібрувально–інваріантними величинами.

2.2.2. Рівняння еволюції амплітуди збурень.

Уперше розв'язки для всіх мод збурень у синхронній системі відліку були отримані Є. Ліфшицем у його класичній праці [6], в інших калібруваннях – див. [7, 9, 18].

Наголосимо, що відмінність між координатними значеннями збурення густини δ і швидкості речовини v в інших, відмінних

від конформно-ньютонівського калібрування, та калібрувально-інваріантними характеристиками цих фізичних параметрів (V, D, D_g, D_s) є суттєвою для збурень з масштабом більшим, ніж горизонт ($k\eta \ll 1$), де збурення метрики сумірні за значеннями зі збуренням густини. Коли масштаб збурень значно менший від горизонту частинки, то різниця між ними щезає. У цьому випадку для опису еволюції збурень достатньо рівнянь класичної гідродинаміки.

Повна теорія повинна охоплювати всі стадії еволюції великомасштабної структури Всесвіту, тому наводимо рівняння для збурень, отримані з рівнянь Айнштайна (2.7) та рівнянь збереження (2.11):

Рівняння зв'язку $\delta G_i^0 = 8\pi G \delta T_i^0$

$$\left(k^2 - 3K\right)\Phi = 4\pi G a^2 \rho D, \tag{2.69}$$

$$k\left(\frac{\dot{a}}{a}\Psi - \dot{\Phi}\right) = 4\pi G a^2 (\rho + p) V, \tag{2.70}$$

$$\frac{1}{2}\left(2K - k^2\right)\sigma^{(V)} = 8\pi G a^2 (\rho + p) V^{(V)}, \tag{2.71}$$

Рівняння динаміки $\delta G_\beta^\alpha = 8\pi G \delta T_\beta^\alpha$

$$-k^2\left(\Phi + \Psi\right) = 8\pi G a^2 p \Pi^{(S)}, \tag{2.72}$$

$$k\left(\dot{\sigma}^{(V)} + 2\frac{\dot{a}}{a}\sigma^{(V)}\right) = 8\pi G a^2 p \Pi^{(V)}, \tag{2.73}$$

$$\ddot{H}^{(T)} + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{H}^{(T)} + \left(2K + k^2\right) H^{(T)} = 8\pi G a^2 p \Pi^{(T)}, \tag{2.74}$$

Рівняння збереження $\delta T^\beta_{\alpha;\beta} = 0$

$$\dot{D}_g + 3\left(c_s^2 - w\right)\frac{\dot{a}}{a} D_g + (1 + w) k V + 3w\frac{\dot{a}}{a}\Gamma = 0, \tag{2.75}$$

$$\dot{V} + \left(1 - 3c_s^2\right)\frac{\dot{a}}{a} V = k\left(\Psi - 3c_s^2 \Phi\right) + \frac{c_s^2 k}{1 + w} D_g + \frac{wk}{1 + w}\left[\Gamma - \frac{2}{3}\left(1 - \frac{3K}{k^2}\right)\Pi^{(S)}\right], \tag{2.76}$$

$$\dot{V}^{(V)} + \left(1 - 3c_s^2\right)\frac{\dot{a}}{a}V^{(V)} = \frac{p}{2(\rho + p)}\left(k - \frac{2K}{k}\right)\Pi^{(V)}. \tag{2.77}$$

У більшості застосувань цих рівнянь до проблем космології припускають, що космологічна рідина є ідеальною (у вітчизняній літературі частіше вживається термін “ідеальний газ”), а отже, анізотропна частина тензора напружень $\Pi^{\alpha}_{\beta} = \Pi^{(S)} = \Pi^{(V)} = \Pi^{(T)} \equiv 0$, тобто праві частини рівнянь динаміки дорівнюють нулю. Для скалярної моди це приводить до рівності $\Psi = -\Phi$, що випливає з (2.72).

Ми працюємо в рамках стандартної космологічної парадигми, згідно з якою, структура утворилася внаслідок гравітаційного зростання адіабатичних збурень густини речовини, згенерованих в інфляційну епоху. Для таких збурень $\Gamma = 0$. Збурення густини речовини, як бачимо з рівнянь для калібрувально-інваріантних змінних, пов’язані тільки зі скалярною модою збурень.

2.3. Еволюція скалярних збурень

Рівняння еволюції скалярних адіабатичних збурень густини космологічного середовища, добрим наближенням якого є ідеальна рідина, мають вигляд:

$$\dot{D}_g + 3\left(c_s^2 - w\right)\frac{\dot{a}}{a}D_g + (1 + w)kV = 0, \tag{2.78}$$

$$\dot{V} + \left(1 - 3c_s^2\right)\frac{\dot{a}}{a}V = k\left(1 + 3c_s^2\right)\Psi + \frac{c_s^2 k}{1 + w}D_g, \tag{2.79}$$

$$(3K - k^2)\Psi = 4\pi G a^2 \rho D, \tag{2.80}$$

$$\dot{\Psi} + \frac{\dot{a}}{a}\Psi = 4\pi G a^2(\rho + p)\frac{V}{k}. \tag{2.81}$$

Отже, для трьох невідомих функцій (Ψ, D_g, V) маємо чотири рівняння. Четверта невідома функція в цих рівняннях – D – не є незалежною, тому що може бути представлена через співвідношення (2.68). Система, однак, не переозначена, оскільки всі рівняння сумісні з огляду на тотожності Біанки.

Наведемо їхні розв'язки спочатку для епохи домінування випромінювання, яка наступила відразу після того, як збурення були згенеровані, а потім для епохи домінуання речовини, або епохи формування структури Всесвіту. Як зазначено у Вступі, спостереження засвідчують, що кривина 3-простору сьогодні нехтівно мала, тому, як випливає з параграфа 2.1, її внесок у динаміку розширення Всесвіту в ранні епохи був ще меншим. Отже, приймаємо $K = 0$. Роль космологічної сталої в еволюції збурень у ранню епоху теж незначна, тому приймаємо тут $\Lambda = 0$.

2.3.1. Епоха домінування випромінювання. У цю епоху $w = c_s^2 = \frac{1}{/}3$, $a \propto \eta$ і рівняння для збурень (2.78)-(2.81) набувають вигляду:

$$\dot{D}_g = -\frac{4}{3}kV, \tag{2.82}$$

$$\dot{V} = 2k\Psi + \frac{1}{4}kD_g, \tag{2.83}$$

$$-2k^2\eta^2\Psi = 3D_g + 12\Psi + \frac{12}{k\eta}V, \tag{2.84}$$

$$\dot{\Psi} + \frac{1}{\eta}\Psi = \frac{2}{k\eta^2}V. \tag{2.85}$$

З них можна отримати одне диференціальне рівняння другого порядку для D_g:

$$\ddot{D}_g + \frac{12k}{k^3\eta^3 + 6k\eta}\dot{D}_g + \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{k^2\eta^2 + 6}\right)k^2 D_g = 0, \tag{2.86}$$

загальним розв'язком якого є

$$D_g = C_1\left(\cos x - 2\frac{\sin x}{x}\right) + C_2\left(\sin x + 2\frac{\cos x}{x}\right), \tag{2.87}$$

де $x \equiv k\eta/\sqrt{3}$, а C_1 і C_2 – сталі інтегрування.

З рівняння (2.82) отримуємо розв'язок для амплітуди швидкості V

$$V = \frac{\sqrt{3}}{4}C_1\left(\sin x + 2\frac{\cos x}{x} - 2\frac{\sin x}{x^2}\right) +$$

$$+\frac{\sqrt{3}}{4}C_2\left(-\cos x+2\frac{\sin x}{x}+2\frac{\cos x}{x^2}\right), \quad (2.88)$$

а з рівняння (2.84) – для амплітуди потенціалу Ψ

$$\Psi=-\frac{1}{2}C_1\left(\frac{\cos x}{x^2}-\frac{\sin x}{x^3}\right)-\frac{1}{2}C_2\left(\frac{\sin x}{x^2}+\frac{\cos x}{x^3}\right). \quad (2.89)$$

Зі співвідношення (2.68) між калібрувально-інваріантними величинами знаходимо розв'язки для D і D_s:

$$D=C_1\left(\cos x-\frac{\sin x}{x}\right)+C_2\left(\sin x+\frac{\cos x}{x}\right), \quad (2.90)$$

$$\begin{aligned} D_s=C_1&\left(\cos x-2\frac{\sin x}{x}-2\frac{\cos x}{x^2}+2\frac{\sin x}{x^3}\right)+\\ &+C_2\left(\sin x+2\frac{\cos x}{x}-2\frac{\sin x}{x^2}-2\frac{\cos x}{x^3}\right). \end{aligned} \quad (2.91)$$

Проаналізуємо поведінку цих калібрувально-інваріантних величин у ранньому Всесвіті, коли рівняння стану стало ультрарелятивістським ($P=\frac{1}{3}\rho$) після інфляції та всіх інших можливих фазових переходів і станів. Очевидно, що принаймні вже в лептонній ері ($10^{-6}-1$с) це рівняння стану справджувалося. Цій епосі відповідають червоні зміщення $z\sim 10^9-10^{12}$. Горизонт частинки в цю епоху змінювався від ~ 100 м до $\sim 10^9$ м. Оскільки збуренням масштабу галактик відповідає хвильове число $k_{gal}\sim 10^{-21}$ м$^{-1}$, а скупчень галактик $k_{cl}\sim 10^{-23}$ м$^{-1}$ (у супутніх координатах), то для них $x<10^{-12}\ll 1$. Тобто в цю епоху розмір елементів великомасштабної структури значно перевищував горизонт частинки $k_{gal,cl}^{-1}\gg\eta$ і акустичний горизонт $k_{gal,cl}^{-1}\gg c_s\eta=\eta/\sqrt{3}$.

Умова $x\ll 1$ дає змогу розкласти тригонометричні функції в розв'язках (2.87)-(2.91) у ряд Маклорена, які з точністю до членів другого порядку мализни набувають вигляду:

$$D_g=C_1\left(-1-\frac{x^2}{6}\right)+C_2\left(\frac{2}{x}-\frac{x^3}{12}\right), \quad (2.92)$$

$$V=\frac{\sqrt{3}}{4}C_1\left(\frac{x}{3}-\frac{x^3}{10}\right)+\frac{\sqrt{3}}{4}C_2\left(\frac{2}{x^2}+\frac{x^2}{3}\right), \quad (2.93)$$

$$\Psi = \frac{1}{6}C_1\left(1 - \frac{x^2}{10}\right) - \frac{1}{2}C_2\left(\frac{1}{x^3} + \frac{1}{2x}\right), \tag{2.94}$$

$$D = -\frac{1}{3}C_1\left(x^2 - \frac{x^4}{10}\right) + C_2\left(\frac{1}{x} + \frac{x}{2}\right), \tag{2.95}$$

$$D_s = C_1\left(-\frac{1}{3} - \frac{7}{30}x^2\right) + C_2\left(-\frac{2}{x^3} + \frac{1}{x}\right). \tag{2.96}$$

Як бачимо, рівняння для еволюції амплітуди збурень скалярної моди мають два фундаментальні розв'язки – наростальний, із константою інтегрування C_1, і спадний з константою інтегрування C_2. Ці константи в загальному випадку є комплексними функціями хвильового числа k і задані початковими умовами, які можуть бути довільними, однак мають задовольняти умову лінійності. Для довільного збурення, згенерованого в ранню епоху, кількість фізичних ступенів вільності в заданні початкових умов максимальне, коли амплітуди обох мод сумірні. Тому, якщо на початок лептонної ери наростальна і спадна мода співмірні, то на її кінець амплітуда спадної приблизно в 10^{10} разів менша.

Інша аргументація, яку наводять у літературі, опускаючи аналіз спадного розв'язку, пов'язана з утратою регулярності чи однорідності й ізотропності, при $t \to 0$ унаслідок її розбіжності. З переходом до інфляційних моделей ця аргументація втрачає значення, оскільки ці розв'язки не можна "протягнути" через інші епохи. Їх необхідно "зшивати" з відповідними розв'язками "межевої" епохи, інфляційної, як мінімум. Отже, доходимо до обґрунтованого висновку, що тільки наростальний фундаментальний розв'язок рівнянь еволюції космологічних скалярних адіабатичних збурень пов'язаний з існуючою структурою Всесвіту. А отже, розв'язок оберненої задачі – за спостережуваною структурою Всесвіту отримати інформацію про початкові умови й фізичні процеси в ранньому Всесвіті, – повинен ґрунтуватися на наростальній скалярній моді космологічних збурень. У ранній момент, коли умови отримання цих розв'язків виконуються, співвідношення між амплітудами наростального розв'язку калібрувально-інваріантних величин таке:

$$V_{(1)} = -\frac{x}{4\sqrt{3}}D_{g(1)}, \Psi_{(1)} = -\frac{1}{6}D_{g(1)}, D_{(1)} = \frac{x^2}{3}D_{g(1)}, D_{s(1)} = \frac{1}{3}D_{g(1)}.$$

Система спостерігачів (уявних, звичайно), які реалізують конформно-ньютонівську систему відліку, на підставі космологічних вимірювань могла б з'ясувати, що збурення метрики і густини речовини галактичних масштабів приблизно однакові.

Отже, доки масштаб збурень більший від горизонту частинки (чи звукового горизонту, оскільки вони сумірні), доти амплітуда збурень у калібрувально-інваріантних величинах зростає згідно з (2.92)-(2.96). Фізичний масштаб збурень $l_{gal,cl} \sim ak_{gal,cl}^{-1}$ зростає пропорційно до масштабного множника a. Оскільки горизонт частинки в моделях з переважанням за густиною матерії, яка самогравітує, зростає швидше, ніж фізичний масшаб збурень, то завжди настане той момент, коли збурення за розмірами буде меншим від розміру горизонту частинки. Для збурень масштабу галактики цьому моменту часу ($\sim$ один рік) відповідає червоне зміщення $\sim 10^6$. Збурення з розміром багатого скупчення галактик (~ 5 Мпк) входить у горизонт частинки в момент часу ~ 200 років, йому відповідає червоне зміщення $\sim 5{\cdot}10^4$. Для аналізу розвитку амплітуди збурень в цей час необхідно користуватися точними розв'язками (2.87)-(2.91). Розглянемо тепер, як з часом змінюється амплітуда тих збурень, які давно ввійшли в горизонт і їхній розмір набагато менший від горизонту частинки, $x \gg 1$. Легко побачити, що в цей час

$$D_g = D = D_s = C_1 \cos x,\ V = \frac{\sqrt{3}}{4} C_1 \sin x,\ \Psi = -\frac{1}{2} C_1 \frac{\cos x}{x^2}, \tag{2.97}$$

тобто збурення поводяться як стоячі акустичні хвилі.

Тепер уже $\Psi \ll D$ і часовий розвиток калібрувально-інваріантних величин збурень повністю збігається з результатами координатного опису розвитку збурень у рамках класичної гідродинаміки. На завершення наведемо графічну залежність (рис. 2.2) амплітуд калібрувально-інваріантних величин від часу (2.87)-(2.89).

2.3.2. Епоха домінування матерії. На момент, який відповідає червоному зміщенню $z_{eq} \approx a_{eq}^{-1}$ (рівняння (2.23)) густини релятивістської складової речовини ($\rho_{\gamma+\nu} \propto a^{-4}$) та нерелятивістської баріонної і темної матерії ($\rho_m \propto a^{-3}$) зрівнюються, пі-

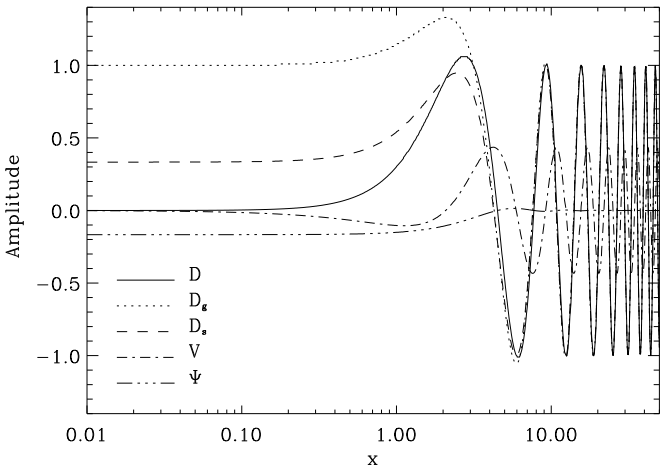

Рис. 2.2. Епоха домінування випромінювання. Залежність амплітуд калібрувально-інваріантних величин D, D_g, D_s, V, Ψ зростальної моди збурень від конформного часу η, зведеного до безрозмірних одиниць $x = k\eta/\sqrt{3}$. Стала інтегрування C_1 тут дорівнює -1.

сля чого визначальну роль у динаміці розширення Всесвіту починає відігравати матерія. У баріонній моделі без темної матерії з $\Omega_m = \Omega_b \approx 0.1$ (баріонна модель) такий момент рівності густин настає одночасно з космологічною рекомбінацією $z_{rec} \approx a_{rec}^{-1}$. До цього моменту весь водень іонізований і внаслідок жорсткого зв'язку (через томпсонівське розсіювання) випромінювання з речовиною плазма поводиться як суцільне середовище з ультрарелятивістським рівнянням стану і швидкістю звуку $c_s \approx 1/\sqrt{3}$. До цього моменту амплітуди калібрувально-інваріантних величин збурень еволюціонують згідно з (2.87)-(2.91) для зростального розв'язку. Після рекомбінації, яку можна вважати миттєвою, середовище стає цілком прозорим, випромінювання відділяється від матерії, тиск і швидкість звуку знижуються до таких значень, що масштаб галактичних збурень стає значно більшим від масштабу Джинса. Тиск стає несуттєвим у динаміці розширення й еволюції збурень. Отже, наступне наближення – це суцільне середовище з нульовим тиском $P = 0$ і нульовою кривиною 3-простору.

Рівняння (2.78)-(2.81) у цьому випадку ($a \propto \eta^2$) набувають вигляду

$$\dot{D}_g = -kV, \tag{2.98}$$

$$\dot{V} + \frac{2}{\eta}V = k\Psi, \tag{2.99}$$

$$6D_g + (18 + k^2\eta^2)\Psi + \frac{36}{k\eta}V = 0, \tag{2.100}$$

$$\dot{\Psi} + \frac{2}{\eta}\Psi = \frac{6}{k\eta^2}V. \tag{2.101}$$

З них можна отримати диференціальне рівняння другого порядку для будь-якої калібрувально-інваріантної величини D_g, D, V чи Ψ. Для Ψ рівняння є найпростішим:

$$\ddot{\Psi} + \frac{6}{\eta}\dot{\Psi} = 0, \tag{2.102}$$

з очевидними фундаментальними розв'язками:

$$\Psi = \tilde{C}_1 + \tilde{C}_2 x^{-5}, \tag{2.103}$$

де $x \equiv k\eta$, а $\tilde{C}_1$ і $\tilde{C}_2$ – константи інтегрування, які в загальному випадку є комплексними функціями хвильового числа k і задані початковими умовами або умовами зшивання розв'язків на межі епох.

З рівнянь (2.98)-(2.101) і (2.68) отримуємо розв'язки для інших калібрувально-інваріантних величин:

$$D_g = -\tilde{C}_1\left(5 + \frac{x^2}{6}\right) - \frac{1}{6}\tilde{C}_2 x^{-3}, \tag{2.104}$$

$$V = \frac{1}{3}\tilde{C}_1 x - \frac{1}{2}\tilde{C}_2 x^{-4}, \tag{2.105}$$

$$D = -\frac{1}{6}\tilde{C}_1 x^2 - \frac{1}{6}\tilde{C}_2 x^{-3} = -\frac{1}{6}x^2\Psi, \tag{2.106}$$

$$D_s = -\tilde{C}_1\left(2 + \frac{x^2}{6}\right) - \tilde{C}_2\left(\frac{1}{6}x^{-3} - 3x^{-5}\right). \tag{2.107}$$

Як і в попередній епосі, маємо два фундаментальні розв'язки – зростальний (константа інтегрування $\tilde{C}_1$) і спадний (константа

інтегрування $\tilde{C}_2$). Очевидно, що формування структури Всесвіту описуване зростальним розв'язком. Спадний розв'язок необхідний, однак, на початку епохи, коли зшиваються розв'язки на момент зміни рівняння стану.

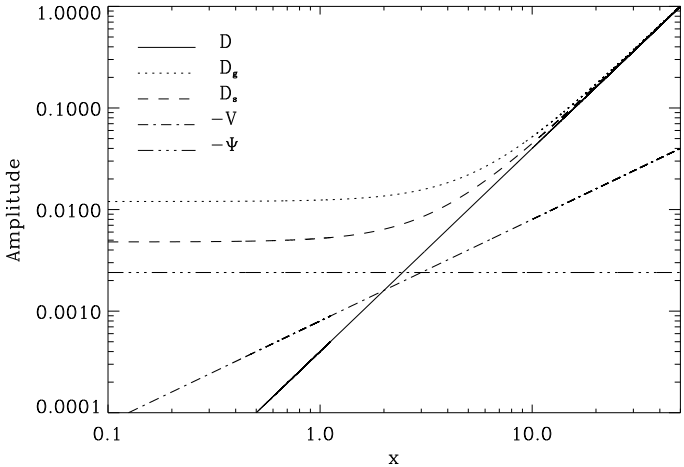

Рис. 2.3. Епоха домінування матерії. Залежність амплітуд калібрувально-інваріантних величин D, D_g, D_s, V, Ψ зростальної моди збурень від конформного часу η, зведеного до безрозмірних одиниць $x = k\eta$. Амплітуди збурень густини нормовані на 1 для $k\eta = 50$.

Відстань до горизонту частинки на момент космологічної рекомбінації $\sim 200\mathrm{h}^{-1}$ Мпк, тому для елементів великомасштабної структури Всесвіту – галактик, скупчень і навіть надскупчень галактик, – $x \gg 1$. Для них $D_g \approx D_s \approx D = -x^2\Psi/6$, тобто $|\Psi| \ll D$, і різниця між координатним (у конформно-ньютонівській, синхронній чи інших системах відліку) і калібрувально-інваріантним описом зникає. Розвиток збурень цих масштабів з достатньою точністю описують і в рамках класичної гідродинаміки [2, 3]. На рис. 2.3 показано залежність амплітуд калібрувально-інваріантних величин (2.103)-(2.107) від $x = k\eta$. Як бачимо, D, D_g і D_s відрізняються на масштабах, більших від горизонту частинки $\lambda > \eta$. Важливою рисою цієї моделі є незмінність гравітаційного потенціалу з часом.

2.3.3. Моделі з космологічною сталою і 3-кривиною. На пізніх етапах еволюції Всесвіту ($z < 10$) треба очікувати впливу космологічної сталої та кривини 3-простору на темп зростання амплітуди збурень. Для оцінки такого впливу проаналізуємо систему рівнянь (2.78)-(2.81) при $\Omega_\Lambda \neq 0$ і $\Omega_K \neq 0$. Рівняння (2.79) і (2.81) можна звести до одного рівняння для потенціалу Ψ:

$$\ddot{\Psi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\Psi} + \left(2\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2} - K\right)\Psi = 0,$$

або для збурення густини D:

$$\ddot{D} + \frac{\dot{a}}{a}\dot{D} + \left(\frac{\ddot{a}}{a} - 2\frac{\dot{a}^2}{a^2} - K\right)D = 0,$$

де a є розв'язком рівняння (2.15).

Останнє рівняння з використанням (2.15) можна звести до вигляду

$$D''\left(\Omega_m + \frac{a}{a_o}\Omega_K + \frac{a^3}{a_o^3}\Omega_\Lambda\right) + D'\left(\frac{3}{2a}\Omega_m + \frac{2}{a_o}\Omega_K + 3\frac{a^2}{a_o^3}\Omega_\Lambda\right) - D\frac{3}{2a^2}\Omega_m = 0, \quad (2.108)$$

де $(') \equiv \frac{d}{da}$, a_o – масштабний множник у сучасну епоху.

Загальний розв'язок цього рівняння має вигляд:

$$D(a) = C_1\frac{a_o}{a}X^{1/2}\int_0^a X^{-3/2}da + C_2\frac{a_o}{a}X^{1/2}, \quad (2.109)$$

де $X = (a_o/a)\Omega_m + \Omega_K + (a/a_o)^2\Omega_\Lambda$, C_1, C_2 – сталі інтегрування, які визначають з початкових умов. З рівнянь (2.78)-(2.81) можна отримати розв'язки для амплітуд інших калібрувально-інваріантних величин збурень. Залежності амплітуд калібрувально-інваріантних величин D, D_g, D_s, V та Ψ зростальної моди збурень ($k = 0.006$ h/Мпк) від масштабного множника a показані на рис. 2.4 для моделі з матерією і космологічною сталою, та на рис. 2.5 для моделі з від'ємною кривиною 3-простору.

Важливою відмінністю розвитку збурень у цих моделях порівняно із зображеними на рис. 2.3 є сповільнення зростання

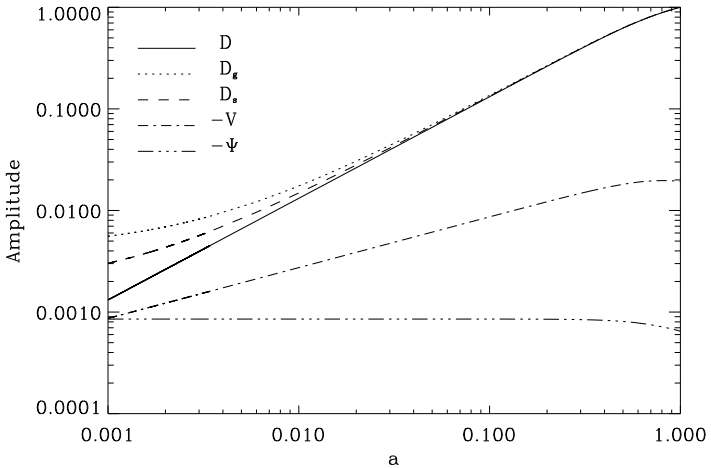

Рис. 2.4. Модель з космологічною сталою ($\Omega_\Lambda = 0.73$, $\Omega_m = 0.27$, $\Omega_K = 0$): залежність амплітуд калібрувально-інваріантних величин D, D_g, D_s, V, Ψ зростальної моди збурень ($k = 0.006$ h/Мпк) від масштабного множника a. Амплітуди збурень густини нормовані на 1 для сучасного моменту часу.

амплітуд на пізніх етапах еволюції та змінність гравітаційного потенціалу з часом. Перша дає змогу узгодити теоретичні передбачення розподілу квазарів, галактик та скупчень галактик за червоними зміщеннями зі спостережуваними, а друга зумовлює інтегральний ефект Сакса–Вольфа у формуванні спектра потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання.

Розв'язки (2.109) часто використовують у теорії формування великомасштабної структури Всесвіту, тому проаналізуємо детальніше його асимптотики при $a \to 0$, $a \to \infty$ та за різних співвідношень Ω_m, Ω_K та Ω_Λ.

А. Коли $a \to 0$, (2.109) зводиться до розв'язків (2.106): $D(a) \approx 2/5\ C_1/\Omega_m\ a + \sqrt{\Omega_m}\ C_2\ (a_o/a)^{3/2}$. Перший розв'язок – зростальний за амплітудою розв'язок скалярної моди збурень у пилоподібному Всесвіті, другий – спадний. Оскільки в епоху космологічної рекомбінації $D(a_{rec}) \sim 10^{-5}$, то другий розв'язок можна опустити в аналізі розвитку збурень у післярекомбінаційну епоху – $C_2 \sim D(a_{rec})(a_{rec}/a_0)^{3/2}$ $(a_{rec} \ll a_0)$.

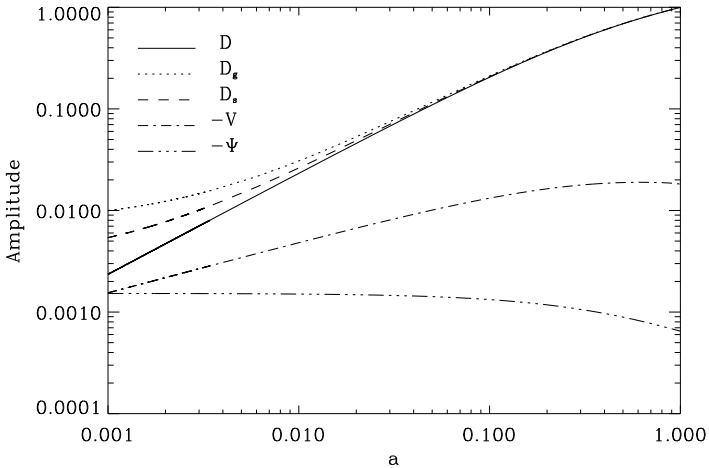

Рис. 2.5. Модель з кривиною 3-простору < 0 ($\Omega_K = 0.73$, $\Omega_m = 0.27$, $\Omega_\Lambda = 0$). Позначення ті ж, що й на рис. 2.4.

Б. Коли $a \to \infty$ (пізня стадія еволюції моделей з космологічною сталою > 0, стадія де Сіттера), (2.109)$\to$ $D(a) \approx D(a_1) + 1/(2\Omega_\Lambda)\, C_1(a_1^{-2} - a^{-2}) \; + \; \sqrt{\Omega_\Lambda}\, C_2$, де

$$D(a_1) = C_1 \frac{a_o}{a_1} \sqrt{X(a_1)} \int_0^{a_1} X^{-3/2} da,$$

$a \geq a_1 \gg a_0$. Отже, малі збурення густини речовини на десіттерівській стадії розширення Всесвіту "застигають".

Ці асимпотитики не залежать від значення параметра кривини 3-простору $|\Omega_K| \leq \Omega_\Lambda$. У випадку $\Omega_\Lambda \approx 0$ і $\Omega_K > 0$ при $a \to 0$ отримаємо такі ж асимтотичні розв'язки, як у випадку А, а при $a \to \infty$ (2.109)$\to$ $D(a) \approx D(a_1) + a_0/\Omega_K\, C_1(1 - a_1/a) \; + \; \sqrt{\Omega_K}\; C_2 a_0/a$ для $a \geq a_1 \gg a_0$. Отже, у відкритій фрідманівській моделі Всесвіту ($\Omega_K > 0$) зростальний розв'язок рівнянь еволюції амплітуди збурень густини речовини теж асимптотично прямує до сталого значення, "застигає".

Найцікавішим є перехідний період, у якому ми проводимо спостереження і їх аналізуємо. Динаміка розвитку амплітуди збурень густини в діапазоні червоних зміщень від 0 до 100 для трьох класів моделей показана на рис. 2.8 суцільними лініями.

Зростальний розв'язок (2.109) використовують для зв'язку характеристик великомасштабної структури Всесвіту із початковим спектром потужності збурень густини речовини у ΛCDM моделях.

2.4. Космологічні збурення в багатокомпонентному середовищі

Спостережуваний Всесвіт можна описати моделлю однокомпонентного середовища на ранніх стадіях його еволюції задовго до космологічної рекомбінації та в деякий період після неї, коли роль випромінювання вже не суттєва, а вплив космологічної сталої ще не суттєвий. Проте в період відриву реліктового випромінювання від баріонної речовини ми в динаміці розвитку збурень повинні враховувати обидві ці компоненти, а також наявність темної матерії. В епоху формування великомасштабної структури Всесвіту та її елементів важливими компонентами, що визначають її спостережувані характеристики, є темна матерія, темна енергія та баріонна речовина. У моделях з квінтесенцією у вигляді поля-відстежувача на всіх етапах еволюції збурень необхідно враховувати наявність не менш ніж двох компонент одночасно. Отже, виникає потреба розширення теорії космологічних збурень для багатокомпонентного середовища.

Зрозуміло, що збурення метричного тензора – геометричної частини рівнянь Айнштайна – є тими ж, що й у розглянутому випадку однокомпонентного середовища. Відмінності є в матеріальній частині рівнянь, тому-що: а) кожна компонента збурена за властивою їй природою; б) взаємодія між компонентами приводить до перетікання енергії між ними; в) з'являються додаткові невизначеності у фіксації системи відліку, усереднення спостережень у якій дає один і той самий космологічний фон (додаткова калібрувальна ступінь вільності).

Уважаємо, що загальний тензор енергії–імпульсу системи є сумою тензорів енергії–імпульсу кожної компоненти

$$T^i_j = \sum_n T^i_{(n)j}. \tag{2.110}$$

Тут і далі індекс у дужках означає номер компоненти (наприклад, 1 – електромагнітне випромінювання, 2 – баріонна речовина, 3 – холодна темна матерія і т.д.). Для консервативної в цілому системи виконується закон збереження повного тензора енергії–імпульсу

$$T^i_{j\ ;i} = \sum_n T^i_{(n)j\ ;i} = 0, \tag{2.111}$$

однак для кожної компоненти через взаємодію між ними з'являється 4-вектор джерела потоку енергії $\mathbf{Q}_{(n)}$:

$$T^i_{(n)j\ ;i} = Q_{(n)j}. \tag{2.112}$$

З (2.111) випливає рівняння зв'язку між усіма $Q_{(n)j}$:

$$\sum_n Q_{(n)j} = 0. \tag{2.113}$$

Кожну компоненту описуємо тензором енергії–імпульсу ідеальної рідини:

$$T^i_{(n)j} = (\rho_{(n)} + p_{(n)})u_j u^i - p_{(n)}\delta^i_j,$$

де $\rho_{(n)}$ і $p_{(n)}$ – густина енергії і тиск n-ї компоненти. У незбуреному випадку

$$u_j = (a, 0, 0, 0), \quad u^j = (a^{-1}, 0, 0, 0),$$

що веде за собою

$$Q_{(n)j} = (aQ_{(n)}, 0, 0, 0), \quad Q^j_{(n)} = (a^{-1}Q_{(n)}, 0, 0, 0).$$

Рівняння руху для цієї компоненти набуває вигляду

$$\dot{\rho}_{(n)} = -3\frac{\dot{a}}{a}\left(1 - q_{(n)}\right)h_{(n)}, \tag{2.114}$$

де

$$h_{(n)} = \rho_{(n)} + p_{(n)}, \quad q_{(n)} \equiv Q_{(n)} / \left(3\frac{\dot{a}}{a}h_{(n)}\right).$$

Складемо рівняння (2.114) для всіх n з урахуванням (2.113), отримаємо рівняння (2.12), у якому $\rho = \sum_n \rho_{(n)}$, $p = \sum_n p_{(n)}$.

Як і у випадку однокомпонентного середовища, 4-швидкість кожної компоненти означена як одиничний часоподібний власний вектор $u^j_{(n)}$, а густина енергії і тиск – відповідно $0-0$ та $\alpha-\alpha$ компоненти відповідного тензора енергії–імпульсу:

$$T^0_{0\,(n)} = \rho_{(n)} \quad T^\alpha_{\alpha\,(n)} = -p_{(n)}\delta^\alpha_\alpha\,.$$

Аналогічно представляються також збурення густини і швидкості кожної компоненти –

$$\rho_{(n)} = \bar\rho_{(n)}\left(1+\delta_{(n)}\right), \quad u^j_{(n)} = \bar u^j_{(n)} + \delta u^j_{(n)},$$

які в розкладі за власними функціями рівняння Гельмгольца мають вигляд

$$\begin{aligned}
&\rho_{(n)} = \bar\rho_{(n)}\left(1+\delta_{(n)}Y\right), u^\alpha_{(n)}/\bar u^0_{(n)} = v_{(n)}Y^\alpha,\\
&u^0_{(n)} = \bar u^0_{(n)}\left(1-AY\right), u_{i\,(n)}/\bar u_{0\,(n)} = -\left(v_{(n)}-B\right)Y_\alpha,\\
&\qquad\qquad u_{0\,(n)} = \bar u_{0\,(n)}\left(1+AY\right). \qquad (2.115)
\end{aligned}$$

Компонентами тензора енергії–імпульсу для n-ї компоненти є

$$\begin{aligned}
&T^0_{0\,(n)} = \rho_{(n)}\left(1+\delta_{(n)}Y\right),\ T^\alpha_{0\,(n)} = h_{(n)}v_{(n)}Y^\alpha,\\
&T^0_{\alpha\,(n)} = h_{(n)}\left(v_{(n)}-B\right)Y_\alpha,\\
&\qquad\qquad T^\alpha_{\beta\,(n)} = -p_{(n)}\left(\delta^\alpha_\beta + \Pi_{L\,(n)}\delta^\alpha_\beta + \Pi_{T\,(n)}Y^\alpha_\beta\right),
\end{aligned}$$

де $\Pi_{L\,(n)}$ і $\Pi_{T\,(n)}$ – відповідно, амплітуди ізотропної й анізотропної складових збурення тиску n-ї компоненти.

Легко побачити, що величини збурень усієї матерії, які входять до правої (матеріальної) частини рівнянь Айнштайна, є сумою відповідних величин по всіх компонентах:

$$\begin{aligned}
&\rho\delta = \sum_n \rho_{(n)}\delta_{(n)},\ hv = \sum_n h_{(n)}v_{(n)},\\
&\qquad\qquad p\Pi_L = \sum_n p_{(n)}\Pi_{L\,(n)},\ p\Pi_T = \sum_n p_{(n)}\Pi_{T\,(n)}.
\end{aligned}$$

З урахуванням (2.110), (2.113) отримаємо такі самі рівняння еволюції скалярних збурень усієї матерії у вибраній системі відліку, як і у випадку однокомпонентного середовища. Уведемо калібрувально-інваріантні величини збурень і наведемо рівняння їхньої динаміки для кожної компоненти.

У разі калібрувальних перетворень амплітуди збурень n-ї компоненти перетворюються подібно до того, як і в однокомпонентному середовищі, за винятком тих коефіцієнтів, які з'являються під час перетворень густини енергії внаслідок відмінності рівнянь (2.12) і (2.114):

$$v_{(n)} = \bar{v}_{(n)} + \dot{L},\ \delta_{(n)} = \bar{\delta}_{(n)} + 3(1+\omega_{(n)})(1-q_{(n)})\frac{\dot{a}}{a}T,$$
$$\Pi_{L\ (n)} = \bar{\Pi}_{L\ (n)} + 3(1+\omega_{(n)})(1-q_{(n)})\frac{c^2_{(n)}}{\omega_{(n)}}\frac{\dot{a}}{a}T,\ \Pi_{T\ (n)} = \bar{\Pi}_{T\ (n)}.$$

Калібрувально-інваріантні величини збурень будують так, як і у випадку однокомпонентного середовища:

$$\begin{aligned} V_{(n)} &\equiv v_{(n)} - \frac{1}{k}\dot{H}_T, \\ D_{(n)} &\equiv \delta_{(n)} + 3(1+\omega_{(n)})(1-q_{(n)})\frac{\dot{a}}{a}\frac{1}{k}(v_{(n)} - B), \\ \Gamma_{(n)} &\equiv \Pi_{L\ (n)} - \frac{c^2_{(n)}}{\omega_{(n)}}\delta_{(n)}. \end{aligned} \tag{2.116}$$

Для збурення густини енергії n-ї компоненти маємо кілька альтернативних означень

$$D_{c\ (n)} \equiv \delta_{(n)} + 3(1+w_{(n)})(1-q_{(n)})\frac{1}{k}\frac{\dot{a}}{a}\left(v - B\right), \tag{2.117}$$

$$D_{g\ (n)} \equiv \delta_{(n)} + 3(1+w_{(n)})(1-q_{(n)})\left(H_L + \frac{1}{3}H_T\right), \tag{2.118}$$

$$D_{s\ (n)} \equiv \delta_{(n)} - 3(1+w_{(n)})(1-q_{(n)})\frac{1}{k}\frac{\dot{a}}{a}\left(B - \frac{1}{k}\dot{H}_T\right), \tag{2.119}$$

які пов'язані між собою співвідношеннями

$$\begin{aligned} D_{s\,(n)} &= D_{g\,(n)} - 3(1+w_{(n)})(1-q_{(n)})\Phi \\ &= D_{(n)} - 3(1+\omega_{(n)})(1-q_{(n)})\frac{\dot{a}}{a}\frac{1}{k}V_{(n)} \\ &= D_{c\,(n)} - 3(1+\omega_{(n)})(1-q_{(n)})\frac{\dot{a}}{a}\frac{1}{k}V. \end{aligned} \tag{2.120}$$

Калібрувально-інваріантна величина збурення $D_{(n)}$ – це збурення густини в системі відліку, супутній до n-ї компоненти, а $D_{c\,(n)}$ – у системі відліку супутній до середньої швидкості всієї матерії.

Радикальною відмінністю розглядуваного випадку від однокомпонентного середовища є наявність ще однієї величини – функції джерела $Q_{j\,(n)}$, яка феноменологічно описує взаємодію компонент і обмін енергією–імпульсом між ними. Представимо її в розкладом на дві частини – проекції на 4-вектор середньої швидкості u^j і ортогональну до неї складову:

$$Q_{j\,(n)} = \tilde{Q}_{(n)}u_j + f_{j\,(n)}, \quad f_{j\,(n)}u^j = 0. \tag{2.121}$$

Оскільки u_j і $f_{j\,(n)}$ – величини першого порядку мализни в лінійній теорії збурень, то в системі відліку, супутній до центра мас, $f_{0\,(n)} = 0$ завжди. Тобто ця складова є 3-вектором, який описує "збурену" складову 4-вектора функції джерела, ортогональну до 3-вектора швидкості цієї компоненти. "Збурені" складові функції джерела представимо розкладом за власними функціями рівняння Гельмгольца так:

$$\tilde{Q}_{(n)} = Q_{(n)}(1+\epsilon_{(n)})Y, \quad f_{i\,(n)} = \frac{\dot{a}}{a}h_{(n)}f_{(n)}Y_\alpha\ .$$

Оскільки в разі калібрувальних перетворень

$$\epsilon_{(n)} = \bar{\epsilon}_{(n)} - \frac{\dot{Q}_{(n)}}{Q_{(n)}}T,$$

то можна побудувати кілька калібрувально-інваріантних величин, аналогічних до (2.116)–(2.119)

$$E_{(n)} \equiv \epsilon_{(n)} - \frac{1}{k}\frac{\dot{Q}_{(n)}}{Q_{(n)}}(v_{(n)} - B), \tag{2.122}$$

$$E_{c\,(n)} \equiv \epsilon_{(n)} - \frac{1}{k}\frac{\dot{Q}_{(n)}}{Q_{(n)}}(v - B) = E_{(n)} + \frac{1}{k}\frac{\dot{Q}_{(n)}}{Q_{(n)}}\left(V_{(n)} - V\right), \tag{2.123}$$

$$E_{g\,(n)} \equiv \epsilon_{(n)} - \frac{\dot{Q}_{(n)}}{Q_{(n)}}\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^{-1}\left(H_L + \frac{1}{3}H_T\right), \tag{2.124}$$

$$E_{s\,(n)} \equiv \epsilon_{(n)} + \frac{1}{k}\frac{\dot{Q}_{(n)}}{Q_{(n)}}\left(B - \frac{1}{k}\dot{H}_T\right), \tag{2.125}$$

які співвідносяться між собою так:

$$E_{s\,(n)} = E_{g\,(n)} + \frac{\dot{Q}_{(n)}}{Q_{(n)}}\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^{-1}\Phi = E_{(n)} + \frac{1}{k}\frac{\dot{Q}_{(n)}}{Q_{(n)}}V_{(n)} = E_{c\,(n)} + \frac{1}{k}\frac{\dot{Q}_{(n)}}{Q_{(n)}}V. \tag{2.126}$$

Ортогональна складова функції джерела не змінюється в разі калібрувальних перетворень – $f_{(n)} = \bar{f}_{(n)}$, а отже, є калібрувально-інваріантною величиною.

Рівняння Айнштайна (зв'язку й еволюційні) для калібрувально-інваріантних величин усієї матерії є тими ж, що і рівняння (2.69), (2.70) і (2.72), де замість ρ, p, D, V і $\Pi^{(S)}$ треба прийняти

$$\rho = \sum_n \rho_{(n)}, \quad p = \sum_n p_{(n)}, \quad \rho D = \sum_n \rho_{(n)} D_{(n)},$$
$$V = \sum_n \left(\rho_{(n)} + p_{(n)}\right) V_{(n)} / \left(\rho + p\right), \Pi^{(S)} = \sum_n p_{(n)} \Pi_{(n)} / p. \tag{2.127}$$

Рівняння ж руху для кожної компоненти отримують з рівнянь збереження енергії–імпульсу (2.112) кожної компоненти:

$$\dot{D}_{g\,(n)} + 3\left[c^2_{(n)}) + q_{(n)} - \omega_{(n)} + q_{(n)}\omega_{(n)}\right]\frac{\dot{a}}{a}D_{g\,(n)} + (1 + \omega_{(n)})kV_{(n)} = a\rho^{-1}_{(n)}\left(\mathcal{A}Q_{(n)} + E_{s\,(n)}Q_{(n)} - \frac{\ddot{a}a - \dot{a}^2}{a^2}\dot{Q}_{(n)}\Phi\right) - 3\frac{\dot{a}}{a}\omega_{(n)}\Gamma_{(n)}, \tag{2.128}$$

$$\dot{V}_{(n)}+\left[1-3c_{(n)}^2+3(1+c_{(n)}^2)q_{(n)}\right]\frac{\dot{a}}{a}V_{(n)}=$$
$$3\frac{\dot{a}}{a}q_{(n)}V+k\left(\Psi-3c_{(n)}^2(1-q_{(n)})\Phi\right)+$$
$$+\frac{c_{(n)}^2k}{1+\omega_{(n)}}D_{g\,(n)}+\frac{\omega_{(n)}k}{1+\omega_{(n)}}\left[\Gamma_{(n)}-\frac{2}{3}\left(1-\frac{3K}{k^2}\right)\Pi_{(n)}\right]+\frac{\dot{a}}{a}f_{(n)}. \tag{2.129}$$

Тут $\mathcal{A}\equiv\Psi-(2-a\ddot{a}/\dot{a}^2)\Phi-a\dot{\Phi}/\dot{a}$.

Для інтегрування системи диференціальних рівнянь Айнштайна (2.69), (2.70) і (2.72) з (2.127) та рівнянь збереження (2.128)-(2.129) необхідно ще задати функції $Q_{j\,(n)}$ (2.121) або одну з калібрувально-інваріантних величин (2.122)-(2.125) та $f_{(n)}$, які описують взаємодію (негравітаційну) компонент. Для збурень з масштабом, більшим від горизонту частинки, їх можна опустити, для менших масштабів вони залежать від конкретного фізичного механізму взаємодії. Далі розглянемо баріонно-фотонну плазму, у якій взаємодія між частинками зумовлена ефектами розсіяння Томпсона та Комптона.

Отже, для розрахунку збурень густини енергії випромінювання та флюктуацій температури реліктового випромінювання, які зумовлені адіабатичними збуреннями в епоху космологічної рекомбінації, потрібно враховувати взаємодію випромінювання з баріонною плазмою через томпсонівське і комптонівське розсіювання, перерозподіл квантів за частотами, поляризацією та напрямами поширення.

Якщо складовими густини енергії Всесвіту є беззіткнювальні частинки, холодна та гаряча темна матерія, то для обчислення компонент тензора енергії–імпульсу використовують рівняння Больцмана для еволюції функції розподілу частинок у фазовому просторі.

2.5. Рівняння Больцмана для еволюції функції розподілу частинок у фазовому просторі

Оскільки ми розглядаємо скалярні збурення, то виведемо рівняння Больцмана в конформно-ньютонівському калібруван-

ні (2.54). Фазовий простір описують шістьома змінними – трьома положеннями x^α і супутніми до них компонентами імпульсу P_α. Для частинки з масою m супутній імпульс $P_\alpha = mU_\alpha$, де $U_\alpha = dx_\alpha/ds$. Супутній і власний імпульси $p^\alpha = p_\alpha$ пов'язані співвідношенням

$$P_\alpha = a\left(1+\Phi\right)p_\alpha. \tag{2.130}$$

Без збурень метрики рівняння Гамільтона показують, що супутній імпульс є сталою величиною, а власний – функцією від a^{-1}. Функція розподілу визначає кількість частинок в елементарному об'ємі $dx^1dx^2dx^3dP_1dP_2dP_3$ фазового простору

$$f\left(x^\alpha, P_\beta, \eta\right)dx^1dx^2dx^3dP_1dP_2dP_3 = dN. \tag{2.131}$$

Важливо те, що f є скалярною величиною, інваріантною в разі канонічних перетворень. Основним наближенням розподілу частинок є розподіл Фермі–Дірака для ферміонів (знак +) та Бозе–Айнштайна для бозонів (знак –):

$$f_0 = f_0\left(\epsilon\right) = \frac{g_s}{h_P^3}\frac{1}{e^{\epsilon/k_BT_0}\pm 1}, \tag{2.132}$$

де $\epsilon = a\left(p^2+m^2\right)^{1/2} = \left(P^2+a^2m^2\right)$, $T_0 = aT$ – температура частинок у сучасну епоху, g_s – кількість ступенів вільності, h_p і k_B – константи Планка і Больцмана, відповідно.

У збуреному просторі–часі x^α і P_α залишаються канонічно спряженими змінними, а рівнянням руху частинок є рівняння Гамільтона. Щоб вилучити збурення метрики з означення імпульсів частинок, замість P_β використовують величину $q_\beta \equiv ap_\beta$, а 3-імпульс q_β представляється як добуток абсолютного значення імпульсу й одиничного вектора його напряму: $q_\beta = qn_\beta$, де $n^\alpha n_\alpha = \delta_{\alpha\beta}n^\alpha n_\alpha = 1$. Змінивши таким способом координати фазового простору, отримаємо $f\left(x^\alpha, q, n_\beta, \eta\right)$ замість $f\left(x^\alpha, P_\beta, \eta\right)$. Це перетворення не є канонічним (q_α не є канонічно спряженою змінною для x^α), проте його коректність забезпечена відповідними перетвореннями імпульсів у рівняннях Гамільтона. Оскільки q_β не є канонічним імпульсом, то d^3xd^3q не є елементом об'єму у фазовому просторі, а fd^3xd^3q – не кількість частинок. У

конформно- ньютонівському калібруванні, наприклад, кількість частинок – це $(1+3\Phi)\, f d^3x d^3q$, що зрозуміло, оскільки власною відстанню є $a\,(1+\Phi)\, dx^\alpha$.

За наявності збурень енергію частинки ϵ означують як енергію, виміряну супутнім до неї спостерігачем $\epsilon = \left(q^2 + a^2 m^2\right)^{1/2}$. Звідси можна отримати часову компоненту 4-імпульсу: $P_0 = -\,(1+\Psi)\,\epsilon$. Для ультрарелятивістських частинок, таких як нейтрино та фотони, ϵ в розподілах Фермі–Дірака та Бозе–Айнштайна можна просто замінити на q.

Вираз для тензора енергії–імпульсу, записаний через функцію розподілу, у загальному випадку має вигляд

$$T_{ij} = \int dP_1 dP_2 dP_3\, (-g)^{-1/2}\, \frac{P_i P_j}{P^0} f\left(x^\alpha, P_\beta, \eta\right), \tag{2.133}$$

де g – визначник g_{ij}. Функцію розподілу можна записати як суму функції розподілу в нульовому наближенні та збуреної частини в нових змінних q та n_β:

$$f\left(x^\alpha, P_\beta, \eta\right) = f_0\left(q\right)\left[1 + F\left(x^\alpha, q, n_\beta, \eta\right)\right]. \tag{2.134}$$

У конформно-ньютонівському калібруванні в лінійному наближенні $(-g)^{-1/2} = a^{-4}\,(1-\Psi-3\Phi)$ і $dP_1 dP_2 dP_3 = (1+3\Phi)\, q^2 dq d\Omega$ ($d\Omega$ – тілесний кут, пов'язаний з напрямом імпульсу n_α). Використаємо вирази $\int d\Omega n_\alpha n_\beta = 4\pi\delta_{\alpha\beta}/3$ і $\int d\Omega n_\alpha = \int d\Omega \times n_\alpha n_\beta n_k = 0$, тоді з рівняння (2.133) в лінійному наближенні за збуреннями отримаємо

$$T_0^0 = -a^{-4} \int q^2 dq d\Omega \sqrt{q^2 + m^2 a^2}\, f_0\left(q\right)\left(1+F\right), \tag{2.135}$$

$$T_\alpha^0 = a^{-4} \int q^2 dq d\Omega q n_\alpha f_0\left(q\right) F, \tag{2.136}$$

$$T_\beta^\alpha = a^{-4} \int q^2 dq d\Omega \frac{q^2 n_\alpha n_\beta}{\sqrt{q^2 + m^2 a^2}} f_0\left(q\right)\left(1+F\right). \tag{2.137}$$

Тут використано представлення P_α через добуток q і n_α, вираз для енергії $\epsilon\left(q,\eta\right) = \left(q^2 + a^2 m^2\right)^{1/2}$ підставлено лише в інтеграл, а в аргументі незбуреної функції розподілу залишено q. Масштабний множник a та функція розподілу F визначені в точці (x^α, η) конформно-ньютонівського калібрування.

Еволюцію функції розподілу описують рівнянням Больцмана, яке у змінних $(x^\alpha, q, n_\beta, \eta)$ записують так:

$$\frac{Df}{d\eta} = \frac{\partial f}{\partial \eta} + \frac{dx^\alpha}{d\eta}\frac{\partial f}{\partial x^\alpha} + \frac{dq}{d\eta}\frac{\partial f}{\partial q} + \frac{dn_\alpha}{d\eta}\frac{\partial f}{\partial n_\alpha} = \left(\frac{\partial f}{\partial \eta}\right)_C, \quad (2.138)$$

де права частина містить доданки, вигляд яких залежить від конкретного фізичного механізму взаємодії. З рівнянь для геодезійних

$$P^0 \frac{dP^i}{d\eta} + \Gamma^i_{\alpha\beta} P^\alpha P^\beta = 0$$

отримаємо

$$dq/d\eta = -q\dot{\Phi} - \epsilon\left(q, \eta\right) n_\alpha \partial_\alpha \Psi.$$

Тут $dn_\alpha/d\eta$ є $O\left(h\right)$. І оскільки величина $\partial f/\partial n_\alpha$ є також величиною першого порядку мализни, то доданком $\left(dn_\alpha/d\eta\right)\left(\partial f/\partial n_\alpha\right)$ у рівнянні Больцмана можна знехтувати в лінійному наближенні. З врахуванням цього із (2.138) отримаємо таке рівняння для збуреної частини функції розподілу в k-просторі для скалярної моди збурень:

$$\frac{\partial F}{\partial \eta} + i\frac{q}{\epsilon}\left(\mathbf{k}\cdot\hat{\mathbf{n}}\right)F + \frac{d\ln f_0}{d\ln q}\left[-\dot{\Phi} - i\frac{\epsilon}{q}\left(\mathbf{k}\cdot\hat{\mathbf{n}}\right)\Psi\right] = C[f], \quad (2.139)$$

де $C[f] \equiv \frac{1}{f_0}\left(\frac{\partial f}{\partial \eta}\right)_C$. Складові рівняння Больцмана залежать від кута між напрямом імпульсу $\hat{\mathbf{n}}$ та $\mathbf{k}$. Якщо залежність імпульсу від початкових збурень у фазовому просторі аксіально-симетрична відносно k, то виникає аксіальна симетрія. Якби виникали аксіально асиметричні збурення густини нейтрино чи інших компонент, що не взаємодіють, то вони згенерували б нескалярні метричні збурення, і це виявилося б на інших компонентах. Отже, початкова залежніть імпульсу є аксіально-симетричною, і F залежить лише від q та $\mathbf{k}\cdot\hat{\mathbf{n}}$.

Холодна темна матерія. З середини 80-х років XX ст. прогрес у фізиці елементарних частинок примножив "зоопарк" можливих кандидатів на темну матерію. Набула популярності холодна форма темної матерії, уперше запропонована П. Піблсом

1982 р. Частинки цієї форми матерії дерелятивізувались під впливом розширення ще на ранніх стадіях еволюції Всесвіту, вони беруть участь у гравітаційній взаємодії і, можливо, слабкій. Ця модель темної матерії добре пояснює динаміку гало галактик, утворення галактик, скупчень галактик, їхні властивості та спостережувану великомасштабну структуру Всесвіту. Однак, на жаль, попри наявність багатьох гіпотетичних частинок як кандидатів на елементне наповнення цього виду темної матерії, реально таких частинок досі не детектовано. Незважаючи на їхні досить загальні природні властивості (участь у гравітаційній і, можливо, слабкій взаємодіях, здатність кластеризуватися, утворюючи протяжні гало об'єктів через беззіткнювальний характер взаємодії на стадії колапсу) з'ясовано, що вони становлять не менше $20 - 30\,\%$ всієї густини енергії. У випадку застосування рівняння Больцмана для них необхідно робити припущення про функцію розподілу f_0. Оскільки ж їхні залишкові теплові швидкості є малими, то наближення ідеальної рідини з пилоподібним рівнянням стану $p_{cdm} = 0$ достатньо точне для аналізу формування великомасштабної структури Всесвіту.

Масивні нейтрино можуть бути складовою темної матерії та впливати на формування великомасштабної структури Всесвіту. На початку 80-х XX ст. років одна група фізиків-експериментаторів оголосила, що за їхніми даними нейтрино мають масу спокою ~ 30 еВ. Оскільки реліктових нейтрино за концентрацією в $\sim 10^8$ разів більше, ніж протонів, то цього достатньо, щоб вони були тою матерією, якої бракує для пояснення багатьох властивостей спостережуваного Всесвіту. На епоху рівності густини матерії та випромінювання швидкості нейтрино були близькі до релятивістських, тому такий різновид темної матерії отримав назву гарячої. Хоча подальші експерименти не підтвердили такого значення маси спокою у нейтрино, експерименти кінця 90-х років на нейтринному детекторі СуперКаміоканде закріпили ті припущення про ненульову масу нейтрино і дали нижню межу її значення ~ 0.04 еВ. Верхня межа маси спокою нейтрино ≤ 1 еВ на достатньо високому рівні вірогідності ($\geq 95.4\,\%$) визначена на підставі даних спостережувальної космології – просторового розподілу галактик, скупчень гала-

ктик, їхньої функції мас та ін.

Середню густину і тиск гарячої (нейтринної) компоненти темної матерії можна обчислити за функцією розподілу

$$\bar{\rho}_h = a^{-4} \int q^2 dq d\Omega \epsilon f_0(q), \quad \bar{p}_h = \frac{1}{3} a^{-4} \int q^2 dq d\Omega \frac{q^2}{\epsilon} f_0(q).$$

Для N_ν сортів нейтрино однакових мас m_ν (вироджені) для густини в одиницях критичної отримаємо $\Omega_h = N_\nu m_\nu h^{-2}/94$, де маса виражена в електрон-вольтах. З експериментальних обмежень на масу і кількість сортів нейтрино випливає, що $0.001 \leq \Omega_h \leq 0.03$. Це означає, що масивні нейтрино можуть становити не більше 10 % густини темної матерії. Сучасна точність даних експериментальної космології та визначення на їхній підставі параметрів космологічних моделей потребує врахування цієї компоненти в теорії формування великомасштабної структури Всесвіту, якщо її внесок є поблизу верхньої межі допустимих значень Ω_h.

Числовим інтегруванням рівняння Больцмана (2.139) для збуреної частини функції розподілу нейтрино з $m_\nu \neq 0$ та $C[f] = 0$ (беззіткнювальні частинки) можна отримати його розв'язки в k-просторі для заданого імпульсу q та напряму $\mathbf{n}$. Інтегруванням у (2.135)-(2.137) за q і $\mathbf{n}$ можна обчислити праві частини рівняння Айнштайна. Інтегрування за напрямами спрощується розкладом $F(\mathbf{k}, q, \mathbf{n}, \eta)$ за поліномами Лежандра:

$$F(\mathbf{k}, q, \mathbf{n}, \eta) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (-i)^\ell (2\ell + 1) F_\ell(k, q, \eta) P_\ell(\mathbf{k} \cdot \mathbf{n}).$$

Рівняння (2.139) дає ієрархічну систему рівнянь для F_ℓ:

$$\begin{aligned} \dot{F}_0 &= -\frac{qk}{\epsilon} F_1 + \dot{\Phi} \frac{d \ln f_0}{d \ln q}, \\ \dot{F}_1 &= \frac{qk}{3\epsilon} \left(F_0 - 2F_2 \right) - \frac{\epsilon k}{3q} \Psi \frac{d \ln f_0}{d \ln q}, \\ \dot{F}_\ell &= \frac{qk}{(2\ell + 1)\epsilon} \left[\ell F_{\ell-1} - (\ell + 1) F_{\ell+1} \right], \ \ell \geq 2. \end{aligned} \tag{2.140}$$

Ієрархічна система обривається на $\ell = 50$, що відповідає масштабу беззіткнювального загасання збурень густини масивних

нейтрино. За отриманими числовими розв'язками цієї системи рівнянь збурення густини та швидкості обчислюють так:

$$D_s^{(h)} = \frac{4\pi}{a^4\bar{\rho}_h}\int q^2 dq\epsilon f_0(q)F_0(k,q,\eta),$$

$$V^{(h)} = \frac{4\pi k}{a^4(\bar{\rho}_h+\bar{P}_h}\int q^2 dqq f_0(q)F_1(k,q,\eta).$$

Фотони та безмасові нейтрино є ультрарелятивістськими частинками ($\rho_{(\gamma,\nu)} = 3p_{(\gamma,\nu)}$) з $m_{(\gamma,\nu)} = 0$ та $\epsilon_{(\gamma,\nu)} = q_{(\gamma,\nu)}$. Рівняння (2.139) для них з огляду на це можна представити в калібрувально-інваріантних величинах так. Оскільки, $f_0(q)$ залежить від температури, а в області збурень $T(\eta,\hat{\mathbf{n}}) = T(\eta)$ $(1+\Delta(\eta,x^\alpha,n_\beta))$, то

$$F(x^\alpha,q,n_\beta,\eta) = -q\frac{df_0}{dq}\Delta(\eta,x^\alpha,n_\beta). \tag{2.141}$$

Підставимо його в рівняння (2.139), отримаємо рівняння для $\Delta(\eta,x^\alpha,n_\beta)$:

$$\frac{\partial\Delta}{\partial\eta} + ik\mu\Delta = ik\mu\Psi - \dot{\Phi} + \tilde{C}[f], \tag{2.142}$$

де $\mu = k^{-1}\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{n}$, $\tilde{C}[f] \equiv -C[f]/(q\frac{df_0}{dq})$. З використанням співвідношення між калібрувально-інваріантними величинами, наведеними в 2.2.1, можна побудувати калібрувально-інваріантну величину

$$\mathcal{M} \equiv \Delta + H_L + \frac{1}{3}H_T + i\mu(k^{-1}\dot{H}_T - B). \tag{2.143}$$

Розкладом Δ і $\mathcal{M}$ у ряд за сферичними функціями та з застосуванням лоренц-інваріантності функції розподілу частинок f можна довести, що всі компоненти розкладу починаючи з квадруполя, є калібрувально-інваріантними величинами. За допомогою співвідношення (2.52)-(2.53) рівняння (2.142) зведемо до вигляду

$$\frac{\partial\mathcal{M}}{\partial\eta} + ik\mu\mathcal{M} = ik\mu(\Phi-\Psi) + \tilde{C}[f]. \tag{2.144}$$

Ці рівняння є основними для розрахунку компонент тензора енергії–імпульса фотонів і безмасових нейтрино. Зокрема, у термінах збурень компонент тензора енергії–імпульса (параграф 2.1) розв'язок рівняння (2.144) дає

$$D_g^{(\gamma,\nu)} = \frac{1}{\pi}\int \mathcal{M} d\Omega \tag{2.145}$$

$$V^{(\gamma,\nu)} = \frac{3i}{4\pi}\int \mu\mathcal{M} d\Omega \tag{2.146}$$

$$\Pi^{(\gamma,\nu)} = -\frac{3}{\pi}\int \frac{1}{2}\left(3\mu^2 - 1\right)\mathcal{M} d\Omega. \tag{2.147}$$

Для безмасових нейтрино рівняння (2.144) має найпростіший вигляд, оскільки $\tilde{C}[f] \equiv 0$. Інтеграл зіткнень для фотонів, які розсіюються на вільних електронах без обміну енергією (ефект Томпсона) у калібрувально-інваріантних змінних такий:

$$\begin{gathered}\tilde{C}[f] = \sigma_T n_e[\frac{1}{4}D_g^{(\gamma)} - i\mu V^{(b)} - \mathcal{M} + \\ \frac{3}{16\pi}(n_\alpha n_\beta - \frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta})\int \mathcal{M}(n')(n_\alpha n_\beta - \frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta})d\Omega'] \ .\end{gathered} \tag{2.148}$$

Останні два доданки в розкладі за сферичними гармоніками дають $-(3\mu^2 - 1)(\mathcal{M}_2 - \sqrt{6}E_2)/20$, де E_2 – квадрупольна складова поляризації, зумовленої скалярною модою збурень. Метод розв'язку рівнянь (2.144) для безмасових нейтрино з $\tilde{C}[f] \equiv 0$ та фотонів з інтегралом зіткнень (2.148) детально описаний у працях [7, 9]. Суть методу полягає в розкладі $\mathcal{M}$ за сферичними гармоніками, унаслідок чого з (2.144) отримують систему ієрархічних рівнянь загального вигляду $\dot{\mathcal{M}}_\ell = F(\mathcal{M}_\ell, \mathcal{M}_{\ell-1}, \mathcal{M}_{\ell+1})$ з $\ell \geq 1$, яка обривається на масштабах загасання відповідних компонент. Зазвичай, це масштаби з $\ell \sim 1\,500$, що дає систему $\sim 3\,000$ рівнянь. Розвинутий метод інтегрування цієї системи рівнянь вздовж променя зору суттєво зменшив число рівнянь та відповідно тривалість їх інтегрування на сучасних комп'ютерах. Він реалізований у програмах вільного доступу CMBFAST, CAMB, CMBEASY.

З рівняння (2.144) можна отримати класичний результат Сакса–Вольфа для флюктуацій температури реліктового випромі-

нювання. Для цього припускаємо, що сфера останнього розсіювання реліктового випромінювання є безмежно тонкою, а оптична товщина за томпсонівським розсіюванням між спостерігачем і нею $\tau(z) = \int_0^z c\sigma_{\mathrm{T}} n_{\mathrm{e}}(z) H^{-1}(z)(z+1)^{-1} dz$ дорівнює нулю. Це означає, що $n_e(\eta) = 0$ для $\eta_{rec} \leq \eta \leq \eta_0$. Формальний розв'язок (2.144) отримують його інтегруванням в інтервалі $\eta_{rec} \leq \eta \leq \eta_0$:

$$\left(\frac{\Delta T}{T}\right)(\eta_0, \mathbf{n}) = \frac{1}{4} D_s^{(\gamma)}(\eta_{rec}, \mathbf{n}) + V_\alpha^{(\gamma)}(\eta_{rec}, \mathbf{n}) n^\alpha + \\ + (\Phi - \Psi)(\eta_{rec}, \mathbf{n}) - \int_{\eta_{rec}}^{\eta_0} (\dot{\Phi} - \dot{\Psi})(\eta) d\eta. \tag{2.149}$$

Тут опущено монопольну $(\Phi - \Psi)(\eta_0, \mathbf{n})$ та дипольну $V_\alpha^{(\gamma)}(\eta_0, \mathbf{n}) \cdot n^\alpha$ складові, які пов'язані з гравітаційним потенціалом в області спостерігача і його рухом відносно реліктового випромінювання, а також використано очевидне співвідношення $(\Delta T/T)(\eta_{rec}, \mathbf{n}) = D^{(\gamma)}/4$, яке випливає із закону Стефана-Больцмана та співвідношення між калібрувально-інваріантними величинами (2.68), (2.120). Для адіабатичних збурень у наближенні тісного зв'язку між фотонами і баріонною плазмою до рекомбінації справджуються співвідношення $D_s^{(\gamma)} = 4D_s^{(m)}/3$ і $V^{(\gamma)} = V^{(m)}$. Уважаючи, що після рекомбінації справджуються розв'язки рівнянь збурень для пилоподібного середовища з $\Psi = -\Phi$ та $D_s^{(m)} = D^{(m)} + 5\Phi$, остаточно отримаємо

$$\frac{\Delta T}{T}(\mathbf{n}) = \frac{1}{3}\Phi(\eta_{dec}, \mathbf{n}) + 2\int_0^{\omega_e} \dot{\Phi}_A(\eta_0 - \omega, \mathbf{n}) d\omega + n_\alpha V^\alpha(\eta_{dec}, \mathbf{n}) \\ + \frac{1}{3}\Delta^{(m)}(\eta_{dec}, \mathbf{n}). \tag{2.150}$$

Змінна $\omega(\eta)$ — афінний параметр вздовж геодезичної, який починається від спостерігача і закінчується в точці на сфері останнього розсіювання. Перший доданок у (2.150) — це добре відомий ефект Сакса–Вольфа, зумовлений гравітаційним потенціалом збурення на сфері останнього розсіювання, другий — інтегральний ефект Сакса–Вольфа, який є важливим тільки в пізніші часи в моделях з $\Omega_\Lambda \neq 0$ або $\Omega_K \neq 0$, коли $\dot{\Phi} \neq 0$ (див. рис.

2.4-2.5). Третій доданок — ефект Доплера, зумовлений збуренням швидкості, а четвертий — акустичний, або адіабатичний, зумовлений збуренням густини баріонно-фотонної плазми на сфері останнього розсіювання. Вираз (2.150) для флюктуацій температури реліктового випромінювання справджується для збурень з масштабом, значно більшим, ніж горизонт частинки в момент космологічної рекомбінації ($\approx 2^{\circ}$ в кутових одиницях). Його також можна отримати інтегруванням вздовж геодезичної рівняння поширення електромагнітного випромінювання у Всесвіті зі скалярними збуреннями метрики простору–часу, густини та швидкості речовини. Для менших масштабів наближення тонкої сфери вже не можна застосувати, і для інтегрування рівняння (2.144) необхідно знати залежність концентрації вільних електронів від часу. Іонізаційна історія Всесвіту, чи космологічна рекомбінація водню та гелію, є важливими складовими теорії формування великомасштабної структури.

2.6. Космологічна рекомбінація водню та гелію

Розрахунок швидкості зміни концентрації вільних електронів у період відривання теплового електромагнітного випромінювання від речовини, яке є спостережуваним реліктом молодого Всесвіту, набув актуальності відразу після експериментального підтвердження гарячої моделі Великого вибуху — відкриття реліктового випромінювання А. Пензіасом і Р. Вільсоном[4] у 1965 р. [31].

Уперше такий розрахунок виконаний у працях Я. Зельдовича та Ф. Піблса 1968 р. незалежно. У працях деяких дослідників детально вивчено основні процеси, а точність розрахунку кінетики рекомбінації доведено до кількох відсотків. У найповнішому сучасному аналізі кінетики космологічної рекомбінації враховують багаторівневу структуру атома водню і гелію ($\simeq 300$ рівнів), нерівноважну кінетику та практично всі процеси, що ви-

[4]За експериментальне виявлення реліктового випромінювання А. Пензіас і Р. Вільсон були удостоєні Нобелівської премії з фізики за 1978 р.

значають термічний стан плазми. С. Сіґер, С. Саслоу і Д. Скот у 1999 р. створили програму RECFAST, яка забезпечує точність розрахунку концентрації вільних електронів $\sim 1\,\%$. Цю програму використовують в програмі CMBFAST і CAMB для розрахунку спектра потужності флюктуацій густини речовини, температури та поляризації реліктового випромінювання. Наведемо основні рівняння цієї теорії з огляду на їхнє широке використання й інтенсивні дослідження в цій галузі.

Уведемо такі позначення: $n_{\rm HI}$ і $n_{\rm HII}$ – концентрації, відповідно, нейтральних атомів та йонів водню: $n_{\rm HeI}$, $n_{\rm HeII}$ і $n_{\rm HeIII}$ – концентрації нейтральних атомів, один раз і двічі іонізованого гелію, $n_{\rm e} = n_{\rm HII} + n_{\rm HeII} + 2n_{\rm HeIII}$ – концентрація вільних електронів, $n_{\rm H} = n_{\rm HI} + n_{\rm HII}$ – загальна концентрація водню, $n_{\rm He} = n_{\rm HeI} + n_{\rm HeII} + n_{\rm HeIII}$ – загальна концентрація гелію. Зручно перейти до відносних концентрацій: $x_{\rm HI} \equiv n_{\rm HI}/n_{\rm H}$ – відносний вміст нейтрального водню, $x_{\rm HII} \equiv n_{\rm HII}/n_{\rm H}$ – відносний вміст іонізованого водню, $x_{\rm HeI} \equiv n_{\rm HeI}/n_{\rm He}$ – відносний вміст нейтрального гелію, $x_{\rm HeII} \equiv n_{\rm HeII}/n_{\rm He}$ – відносний вміст один раз іонізованого гелію, $x_{\rm HeIII} \equiv n_{\rm HeIII}/n_{\rm He}$ – відносний вміст двічі іонізованого гелію, $x_{\rm e} \equiv n_{\rm e}/n_{\rm H}$ – відносний вміст електронів. Відношення загальної концентрації гелію до загальної концентрації водню позначимо $f_{\rm He} \equiv n_{\rm He}/n_{\rm H}$, яке виражається через масову частку первинного гелію Y_P, так що $f_{\rm He} = Y_P/4(1 - Y_P)$. Надалі в розрахунках приймаємо $Y_P = 0.24$. Для них виконуються очевидні співвідношення: $x_{\rm e} = x_{\rm HII} + f_{\rm He}x_{\rm HeII} + 2f_{\rm He}x_{\rm HeIII}$, $x_{\rm HI} + x_{\rm HII} = 1$, $x_{\rm HeI} + x_{\rm HeII} + x_{\rm HeIII} = 1$. Всі наступні аналітичні вирази і числові результати наведено для відносних концентрацій атомів, іонів та електронів.

Як випливає з детальних числових розрахунків, виконаних різними авторами (див. [2, 29, 27, 7, 9] і цитування в них), на ранніх етапах розвитку Всесвіту ($z > 10^4$) всі атоми водню і гелію повністю іонізовані квантами теплового випромінювання, так що $x_{\rm HII} = 1$, $x_{\rm HI} = 0$, $x_{\rm HeIII} = 1$, $x_{\rm HeI} = x_{\rm HeII} = 0$ і $x_{\rm e} = 1 + 2f_{\rm He}$. Це пов'язано з тим, що густина квантів теплового випромінювання, здатних іонізувати водень і гелій, значно (в $\simeq 10^8$ разів) перевищує концентрацію атомів. Унаслідок розширення Всесвіту енергія квантів спадає $\propto (z + 1)$, як і темпе-

ратура теплового випромінювання у функції Планка: $T_{\rm R}(z) = (2.7255 \pm 0.001\ {\rm K})(z+1)$, його густина енергії спадає $\propto (z+1)^4$, а концентрація і масова густина баріонної речовини та темної матерії спадають $\propto\ (z+1)^3$. На $z \sim 8\,000$ кванти електромагнітного випромінювання з енергією, більшою від потенціалу іонізації HeII з основного і другого рівнів знаходяться у короткохвильовому "хвості" функції Планка, і їхньої кількості вже не достатньо, щоб утримувати весь гелій у стадії HeIII. Гелій починає рекомбінувати і на $z \sim 7\,000$ з'являються йони HeII. У цей період характерний час томпсонівського розсіювання ($t_{\rm T} \approx 3m_e c(1+x_{\rm e}+f_{\rm He})/(8\sigma_{\rm T} a_{\rm R} T_{\rm R}^4 x_{\rm e})$) та характерні часи рекомбінації водню ($t_{\rm HI} \approx 1/n_{\rm e}\alpha_{\rm HI}$) і гелію ($t_{\rm HeII} \approx 1/n_{\rm e}\alpha_{\rm HeII}$) значно менші від характерного часу розширення Всесвіту ($t_{\rm Hubble} \approx 2/3H_0(1+z)^{3/2}$), тому температура матерії $T_{\rm m}$ дорівнює температурі випромінювання $T_{\rm R}$ і рекомбінація HeII відбувається в умовах, за яких виконуються умови детального балансу для всіх рівнів на кожен момент часу, тобто за умов термодинамічної рівноваги. У виразах для характерних часів через m_e позначено масу електрона, c – швидкість світла, $\sigma_{\rm T}$ – ефективний переріз томпсонівського розсіювання, $a_{\rm R}$ – радіаційну сталу, α_i – ефективні коефіцієнти рекомбінації на основні рівні атомів водню HI і однократно іонізованого гелію HeII. Швидкість двох фотонного переходу $2s-1s$ велика й електрони, які каскадно рекомбінують, швидко досягають основного стану HeII. Відносну концентрацію іонізованого гелію $x_{\rm HeIII}$ описують формулою Саха:

$$\frac{x_{\rm e} x_{\rm HeIII}}{x_{\rm HeII}} = \frac{(2\pi m_{\rm e} k T_m)^{3/2}}{h^3 n_{\rm H}} {\rm e}^{-\chi_{\rm HeII}/kT_m}. \tag{2.151}$$

Оскільки в цей час водень і гелій повністю іонізовані ($x_{\rm HI} = 0$, $x_{\rm HII} = 1$, $x_{\rm HeI} = 0$), $x_{\rm HeII} = 1 - x_{\rm HeIII}$, то $x_{\rm e} = 1 + f_{\rm He}(1 + x_{\rm HeIII})$, то рівняння легко розв'язати відносно $x_{\rm e}$. За його допомогою можна переконатись, що вже на $z \sim 5\,000$ практично весь гелій перебуває в стадії одноразової іонізації. Такий стан зберігається до $z \sim 3\,500$, коли починає рекомбінувати HeI. У цей період $t_{\rm Hubble} : t_{\rm T} : t_{\rm HI} : t_{\rm HeI} \approx 1 : 0.0000003 : 0.0003 : 0.001$ і умови ще близькі до стану термодинамічної рівноваги. Доки частка $n_{\rm HeI}$ від усього гелію менша від 1 %, роль метастабільного рівня $2s$ у

кінетиці рекомбінації HeI незначна і концентрацію іонізованого гелію $x_{\rm HII}$ достатньо точно описує формула Саха

$$\frac{x_{\rm e}x_{\rm HeII}}{x_{\rm HeI}} = 4\frac{(2\pi m_{\rm e}kT_m)^{3/2}}{h^3 n_{\rm H}}{\rm e}^{-\chi_{\rm HeI}/kT_m}. \tag{2.152}$$

Тепер $x_{\rm HeIII} = 0$ і $x_{\rm HeI} = 1 - x_{\rm HeII}$. Для точного розрахунку $x_{\rm HeII}$ необхідно знати точне значення $x_{\rm e} = x_{\rm HII} + f_{\rm He}x_{\rm HeII}$. І хоча $x_{\rm HII} \approx 1$, зменшення частки $n_{\rm HII}$ від усього водню внаслідок рекомбінації на 0.1 % приводить до сумірної зміни $n_{\rm e}$ внаслідок рекомбінації HeI через переважний вміст водню ($f_{\rm He} = 0.079$). Отже, на цьому етапі потрібно вже враховувати рекомбінацію водню, яку в цей час ще достатньо точно описує формула Саха

$$\frac{x_{\rm e}x_{\rm HII}}{x_{\rm HI}} = \frac{(2\pi m_{\rm e}kT_m)^{3/2}}{h^3 n_{\rm H}}{\rm e}^{-\chi_{\rm HI}/kT_m}. \tag{2.153}$$

Система цих двох рівнянь зводиться до одного алгебричного кубічного рівняння для $x_{\rm e}$, яке має один дійсний корінь:

$$x_{\rm e} = 2\sqrt{-A/3}\cos(\alpha/3) - B/3, \tag{2.154}$$

де $B = R_{\rm HI} + R_{\rm HeI}$, $R_{\rm HeI}$ і $R_{\rm HI}$ – праві частини рівнянь (2.152) і (2.153), $\cos\alpha = C/2\sqrt{-A^3/27}$, $A = D - B^2/3$, $D = R_{\rm HI}R_{\rm HeI} - R_{\rm HI} - f_{\rm He}R_{\rm HeI}$, $C = 2B^3/27 - BD/3 - E$, $E = -R_{\rm HI}R_{\rm HeI}(1 - f_{\rm He})$.

Зі зменшенням $x_{\rm HeII}$ зростає концентрація атомів HeI в основному стані $1s$, які, поглинаючи кванти основної серії, накопичуються в метастабільному стані $2s$ та в $2p$ завдяки великій густині дифузного випромінювання, що виникає при переходах $2p - 1s$. Звідти атоми іонізуються вже квантами меншої енергії, континууму наступної серії, яких більше (випадок B рекомбінації). Так рекомбінація HeI затримується, і цей ефект називають ефектом "горловини пляшки". Цей ефект приводить також до порушення рівноважного заселення рівнів та іонізаційно-рекомбінаційної рівноваги. Рівняння Саха вже адекватно не описує стану іонізації гелію, тому необхідно розв'язувати рівняння нерівноважної рекомбінації

$$\frac{dx_{\rm HeII}}{dz} = \left(x_{\rm HeII}x_{\rm e}n_{\rm H}\alpha_{\rm HeII} - \beta_{\rm HeI}(1 - x_{\rm HeII}){\rm e}^{-h\nu_{\rm HeI2^1s}/kT_{\rm m}}\right)$$

$$\times \frac{1 + K_{\mathrm{HeI}}\Lambda_{\mathrm{He}} n_{\mathrm{H}}(1 - x_{\mathrm{HeII}})\mathrm{e}^{-h\nu_{ps}/kT_{\mathrm{m}}}}{H(z)(1+z)\left(1 + K_{\mathrm{HeI}}(\Lambda_{\mathrm{He}} + \beta_{\mathrm{HeI}}) n_{\mathrm{H}}(1 - x_{\mathrm{HeII}})\mathrm{e}^{-h\nu_{ps}/kT_{\mathrm{m}}}\right)}, \tag{2.155}$$

де

$$\alpha_{\mathrm{HeI}} = q\left[\sqrt{\frac{T_{\mathrm{m}}}{T_2}}\left(1 + \sqrt{\frac{T_{\mathrm{m}}}{T_2}}\right)^{1-p}\left(1 + \sqrt{\frac{T_{\mathrm{m}}}{T_1}}\right)^{1+p}\right]^{-1} \tag{2.156}$$

– коефіцієнт рекомбінації гелію HeI в одиницях $\mathrm{m}^3\mathrm{s}^{-1}$, β_{HeI} – коефіцієнт фотоіонізації, $K_{\mathrm{HeI}} \equiv \lambda^3_{\mathrm{HeI}2^1\mathrm{p}}/[8\pi H(z)]$ – множник, який враховує "почервоніння" квантів резонансної лінії основної серії HeI ($2^1p - 1^1s$ переходу), значення решти параметрів, які входять до корекційного множника, що "підправляє" результати трирівневої моделі йона HeII до багаторівневої. Як і в попередньому випадку, рівняння кінетики рекомбінації HeI необхідно розв'язувати разом з відповідним рівнянням для водню, однак доки n_{HI} становить менше 1 % від n_{H}, x_{HII} достатньо точно описує формула Саха. Зі збільшенням x_{HI} зростає оптична глибина в лінії Lyα, дифузне випромінювання в ній переводить більшість атомів HI у стан $2p$. Миттєвий спонтанний перехід на основний рівень породжує квант, що його швидко поглинає сусідній атом, і стан системи не змінюється. Важливим у кінетиці рекомбінації є метастабільний $2s$-рівень, заселення якого відбувається "знизу" двофотонним поглинанням, ударним збудженням і рекомбінацією "зверху". Час життя атома в цьому стані достатній, щоб "дочекатися" іонізуючого кванта континууму бальмерівської серії. Так нейтральні атоми водню іонізуються як з основного стану L_c-квантами, так і з $2s$-рівня квантами бальмерівського континууму, яких значно більше. Рекомбінація водню затримується (ефект "горловини пляшки"), і необхідно застосувати рівняння нерівноважної кінетики

$$\frac{dx_{\mathrm{HII}}}{dz} = \left(x_{\mathrm{e}} x_{\mathrm{HII}} n_{\mathrm{H}} \alpha_{\mathrm{H}} - \beta_{\mathrm{H}}(1 - x_{\mathrm{HII}})\mathrm{e}^{-h\nu_{\mathrm{H2s}}/kT_{\mathrm{m}}}\right)$$
$$\times \frac{1 + K_{\mathrm{H}}\Lambda_{\mathrm{H}} n_{\mathrm{H}}(1 - x_{\mathrm{HII}})}{H(z)(1+z)\left(1 + K_{\mathrm{H}}(\Lambda_{\mathrm{H}} + \beta_{\mathrm{H}}) n_{\mathrm{H}}(1 - x_{\mathrm{HII}})\right)}, \tag{2.157}$$

де

$$\alpha_{\rm H} = F \cdot 10^{-19} a t^b/(1 + ct^d) \tag{2.158}$$

– коефіцієнт рекомбінації водню ($\mathrm{m^3 s^{-1}}$), $t = T_m/10^4$, $K_{\rm H} \equiv \lambda^3_{\rm H2p}/[8\pi H(z)]$ – множник, який враховує червоне зміщення Lyα-квантів, зумовлене розширенням Всесвіту, F – підгоночний множник трирівневої моделі до багаторівневої. Коефіцієнти фотоіонізації в (2.155) і (2.157) розраховують через коефіцієнти B-рекомбінації так:

$$\beta = \alpha(2\pi m_{\rm e} k T_{\rm m}/h^2)^{3/2} e^{-h\nu_{2s-1s}/kT_{\rm m}}. \tag{2.159}$$

Температура матерії $T_{\rm m}$ практично дорівнює температурі випромінювання $T_{\rm R}$ аж до $z \sim 800$, оскільки до цього моменту характерний час томпсонівського розсіювання квантів теплового випромінювання на вільних електронах значно менший, ніж характерний час розширення Всесвіту, $t_{\rm T}/t_{\rm Hubble} < 10^{-3}$. Тому до цього моменту швидкість зміни температури описують адіабатичним охолодженням випромінювання ($\gamma = 4/3$) внаслідок розширення Всесвіту:

$$\frac{dT_{\rm m}}{dz} = \frac{T_{\rm m}}{(1+z)}. \tag{2.160}$$

І лише після рекомбінації на червоних зміщеннях $z < 800$ адіабатичне охолодження ідеального газу ($\gamma = 5/3$) починає переважати нагрівання завдяки ефекту Комптона, який “підтягує” температуру газу до температури випромінювання. Охолодження газу завдяки вільно-вільним, зв’язано-вільним та зв’язано-зв’язаним переходам, ударній іонізації, як і нагрівання завдяки фотоіонізації та ударній рекомбінації, роблять внесок у швидкість зміни температури, який не перевищує сотої частки відсотка від основних процесів – адіабатичного охолодження та ефекту Комптона. Отже, у цю епоху достатньо точним є таке рівняння для швидкості зміни температури матерії:

$$\frac{dT_{\rm m}}{dz} = \frac{8\sigma_{\rm T} a_{\rm R} T_{\rm R}^4}{3H(z)(1+z) m_{\rm e} c} \frac{x_{\rm e}}{1 + f_{\rm He} + x_{\rm e}} (T_{\rm m} - T_{\rm R}) + \frac{2T_{\rm m}}{(1+z)},$$

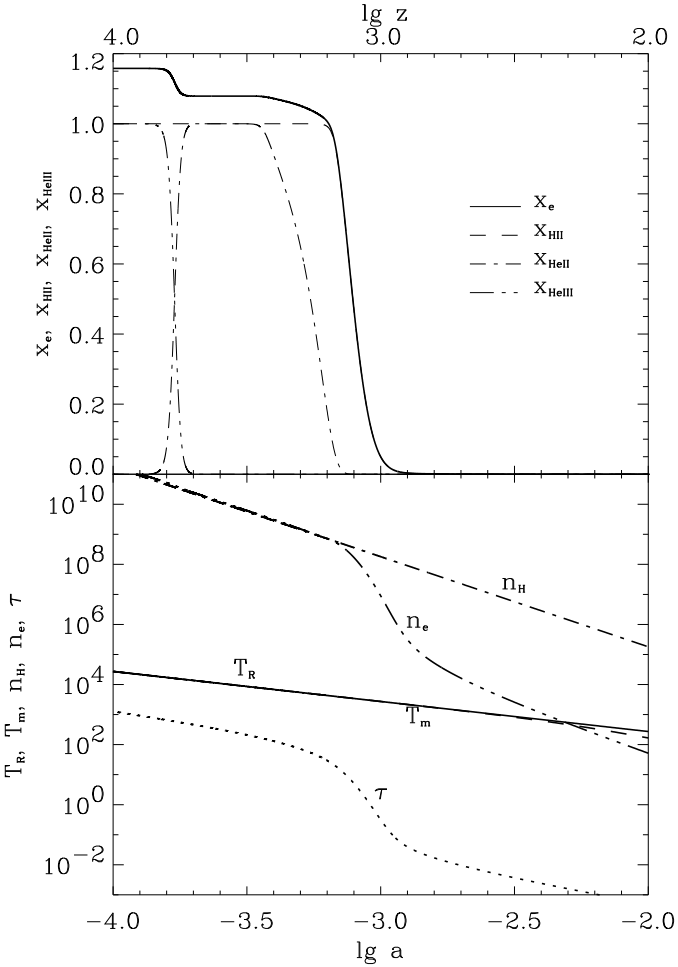

Рис. 2.6. Рекомбінація водню та гелію в стандартній CDM моделі ($\Omega_b = 0.05$, $\Omega_{\rm CDM} = 0.95$, $\Omega_\Lambda = 0$, $h = 0.5$). На верхній панелі суцільною лінією показано залежність повної концентрації вільних електронів від червоного зміщення, на нижній — залежності температури випромінювання $T_{\rm R}$, температури матерії T_m, концентрації водню $n_{\rm H}$, концентрації електронів $n_{\rm e}$ та оптичної глибини $\tau(z) = \int_0^z c\sigma_{\rm T} n_{\rm e}(z) H^{-1}(z)(z+1)^{-1} dz$ за томпсонівським розсіюванням від червоного зміщення.

Результати розрахунків рекомбінації водню та гелію в стандартній CDM-моделі, виконаних на підставі рівнянь (2.151)-(**??**) та програми RECFAST, доповненої розв'язком (2.154), показано на рис. 2.6. Там зображено також залежності фонових значень температури випромінювання T_{R}, температури матерії T_{m}, концентрації водню n_{H}, концентрації електронів n_{e} та оптичної глибини τ за томпсонівським розсіюванням від червоного зміщення. Унаслідок розширення Всесвіту рекомбінація водню і гелію не завершується повністю, а сповільнюється настільки, що деякий ступінь іонізації зберігається на малих червоних зміщеннях. Таку залишкову іонізацію називають загартувальною. Розрахунки засвідчують, що на $z = 200$ $x_{\mathrm{e}} \approx x_{\mathrm{HII}} = 6.7 \cdot 10^{-4}$, $x_{\mathrm{HeII}} = 9.2 \cdot 10^{-10}$, а на $z = 0$ $x_{\mathrm{e}} \approx x_{\mathrm{HII}} = 4.1 \cdot 10^{-4}$, $x_{\mathrm{HeII}} = 8.1 \cdot 10^{-10}$ (поява молекул водню H_2, H_2^+ та негативно зпряджених іонів H^- не змінює суттєво цих значень, оскільки їхня концентрація на кілька порядків менша). Загартувальні значення іонізації зменшуються зі збільшенням концентрації баріонів. Наприклад, при $\Omega_b = 0.06$ на $z = 200$ $x_{\mathrm{e}} \approx x_{\mathrm{HII}} = 6.3 \cdot 10^{-4}$, $x_{\mathrm{HeII}} = 2.0 \cdot 10^{-10}$. Значно більшу чутливість загартувального значення ступеня іонізації гелію (HeII) порівняно з воднем (HII) пояснюють тим, що рекомбінація гелію починається раніше, коли концентрація йонів висока, і триває за умов високої концентрації електронів, зумовленої іонізацією водню.

2.7. Еволюція збурень у багатокомпонентних моделях

Для дослідження еволюції збурень у багатокомпонентних моделях Всесвіту необхідно розв'язати наведені в попередніх параграфах рівняння Айнштайна для збурень густини та швидкості речовини й метрики простору–часу сумісно з рівняннями Больцмана для випромінювання і нейтрино та рівняннями іонізаційно-рекомбінаційної рівноваги водню й гелію. Це можна здійснити числовими методами з використанням загальнодоступних програм розв'язування систем звичайних диференціальних рівнянь другого порядку, таких як DVERK. Є кілька програмних реалізацій їхнього розв'язування. Для розрахунку ампліту-

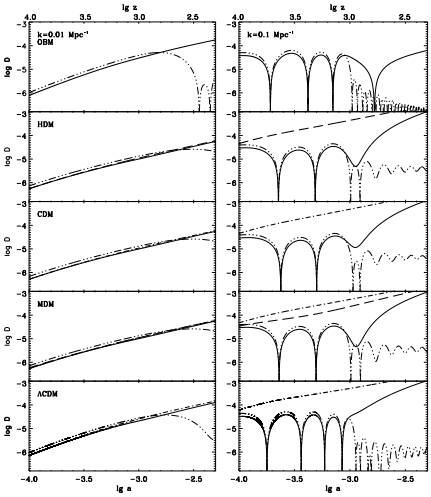

Рис. 2.7. Еволюція адіабатичних збурень густини баріонів (суцільна лінія), холодної темної матерії (штрих-крапкова лінія), гарячої темної матерії (штрихова лінія) і теплового випромінювання (штрих–трикрапкова лінія) в різних моделях (зверху вниз): відкритій баріонній моделі (OBM), моделі з гарячою темною матерією (HDM), моделі з холодною темною матерією(CDM), моделі зі змішаною темною матерією (MDM) та моделі з космологічною сталою і холодною темною матерією (ΛCDM). У лівому стовпці масштаб збурень більший від горизонту частинки на момент рекомбінації ($k = 0.01$), у правій – менший ($k = 0.1$). Нормування амплітуди збурень: $\Delta(z_{rec}) = 10^{-5}$.

ди збурень густини баріонів у багатокомпонентному середовищі ми використали пакет програм COSMICS, який розв'язує наведену тут систему рівнянь для збурень в комформно-ньютонівській системі відліку та в синхронній системі відліку, супутній до темної матерії (калібруваннях).

На рис. 2.7 показано розрахунок еволюції збурень густини D компонент у космологічних моделях, які в різні часи аналізували з погляду пояснення формування великомасштабної структури Всесвіту: відкритій баріонній моделі (OBM), моделі з гарячою темною матерією (HDM), моделі з холодною темною матерією(CDM), моделі зі змішаною темною матерією (MDM) та моделі з космологічною сталою і холодною темною матерією (ΛCDM). У всіх цих моделях покладено $h = 0.68$, $T_0 = 2.725$ K,

$Y_p = 0.24$ і три сорти нейтрино. Моделі відрізняються типом матерії, яка домінує за густиною, та співвідношенням густин між ними:

- OBM – $\Omega_b = 0.2$, $\Omega_\nu = 0$, $\Omega_{\rm CDM} = 0$, $\Omega_\Lambda = 0$,
- HDM – $\Omega_b = 0.05$, $\Omega_\nu = 0.95$, $\Omega_{\rm CDM} = 0$, $\Omega_\Lambda = 0$,
- CDM – $\Omega_b = 0.05$, $\Omega_\nu = 0$, $\Omega_{\rm CDM} = 0.95$, $\Omega_\Lambda = 0$,
- MDM – $\Omega_b = 0.05$, $\Omega_\nu = 0.2$, $\Omega_{\rm CDM} = 0.75$, $\Omega_\Lambda = 0$,
- ΛCDM – $\Omega_b = 0.05$, $\Omega_\nu = 0$, $\Omega_{\rm CDM} = 0.23$, $\Omega_\Lambda = 0.74$.

Параметри останньої моделі прийняті такими, які визначені на підставі даних WMAP-2006 та інших сучасних даних спостережувальної космології. У лівому стовпці масштаб збурень ~ 300 Мпк ($k = 0.01$ Мпк$^{-1}$) є більшим, ніж масштаб акустичного горизонту на момент космологічної рекомбінації (масштаб Джинса) – $\lambda^s_{rec} \simeq 160$ Мпк ($k^s_{rec} \simeq 0.039$ Мпк$^{-1}$). Амплітуди збурень таких масштабів у всіх компонентах зростають $\sim a^{-1}$, як це з'ясовано у параграфі 2.3.2. Осциляції густини енергії теплового випромінювання після рекомбінації – результат розв'язування рівнянь Больцмана для фотонів, які поширюються вільно. У правому стовпці показано еволюцію збурень з масштабом ~ 30 Мпк ($k = 0.1$ Мпк$^{-1}$), значно меншим, ніж масштаб акустичного горизонту на момент космологічної рекомбінації. Цей масштаб збурення дорівнює горизонту частинки на момент рівності густин релятивістської (випромінювання та легкі нейтрино) і нерелятивістської (частинки холодної темної матерії, баріони та масивні нейтрино), яка настає, коли $a = a_{eq} \simeq 2 \cdot 10^{-4} \Omega_m h^2$. Такі збурення густини баріонно-фотонної плазми починають осцилювати з моменту входження в горизонт частинки ($a = a_{eq}$) і тривають до моменту рекомбінації водню ($a_{rec} \simeq 10^{-3}$). В OBM-моделі розвиток збурення в баріонній компоненті після рекомбінації визначений головно фазою осциляції на момент рекомбінації. Якщо збурення в момент рекомбінації було у фазі максимального стиску, то після рекомбінації воно розвиватиметься як додатне збурення – згущення, з якого в майбутньому утвориться скупчення галактик чи надскупчення. Якщо воно було у фазі максимального розширення, то сформується порожнина. Якщо ж фаза близька до $n\pi/2$, то $D \approx 0$ і наступний розвиток збурення визначений збуренням швидкості, яка є максимальною

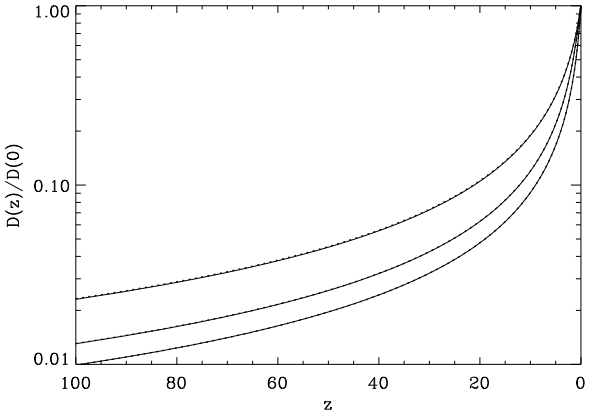

Рис. 2.8. Еволюція амплітуди збурення густини речовини $D(z)/D(0)$ в епоху формування структури Всесвіту для трьох класів моделей: CDM ($\Omega_m = 1$, $\Omega_\Lambda = 0$, $\Omega_K = 0$, нижня лінія), ΛCDM ($\Omega_m = 0.27$, $\Omega_\Lambda = 0.73$, $\Omega_K = 0$, середня лінія), OCDM ($\Omega_m = 0.27$, $\Omega_\Lambda = 0$, $\Omega_K = 0.73$, верхня лінія). Суцільною лінією показані точні зростальні розв'язки (2.109), крапковою – їхні аналітичні апроксимації (2.161), які практично наклалися.

в цій фазі. Спектр потужності у такій моделі буде осцилювальним (див. рис. 2.11). У моделях, у яких густина темної матерії переважає баріонну, визначальними у формуванні структури є збурення густини і швидкості темної матерії. Баріони після рекомбінації незалежно від фази осциляції збурень їхньої густини на момент рекомбінації "падають" у потенціальні ями, утворені збуреннями густини темної матерії. Це добре ілюструють графіки у правому стовпці рис. 2.7.

2.8. Формування елементів великомасштабної структури Всесвіту

Після рекомбінації випромінювання вільно поширюється, незазнаючи розсіювання і поглинання, оскільки оптична глибина за томпсонівським розсіюванням до атомів на заданій відстані від спостерігача швидко зменшується. Його густина енергії, перерахована в масову густину, є значно меншою від густини речо-

вини, яка самогравітує, тому його значення в еволюції амплітуди збурень є нехтівно малим і ним можна нехтувати в розрахунках характеристик великомасштабної структури Всесвіту. Баріонну речовину становлять головно нейтральний атомарний водень ($\approx$ 76 % масової частки баріонів), нейтральний гелій ($\approx$ 24 %), їхні ізотопи, молекули водню й важчі елементи становлять частки відсотка від них ($\leq 10^{-4}$). Основна частка масової густини речовини, яка самогравітує, – це темна матерія ($\approx$ 22 % всієї густини маси–енергії), решта — темна енергія, яку феноменологічно описують рівняннями Айнштайна з космологічною сталою. Масштаб Джинса (межа гравітаційної нестійкості воднево-гелієвого середовища) після рекомбінації зменшується до субгалактичних масштабів — $M_J \approx 10^{23}(T/\mu)^{3/2}/\sqrt{\rho}$ [г] $\sim 5 \cdot 10^5 h^{-1}\ M_\odot$.

Отже, у післярекомбінаційну епоху збурення густини речовини з розміром елементів великомасштабної структури достатньо точно описані наближенням однокомпонентного середовища з нехтівно малим тиском. Зручною калібрувально-інваріантною величиною для опису збурень густини в цьому випадку є D, яка відповідає збуренню густини в супутній до речовини синхронній системі координат. Замість аналізу збурення в кожній компоненті матерії використовують збурення, зважене за густиною компонент — $D = (\Omega_b D_b + \Omega_{CDM} D_{CDM} + \Omega_\nu D_\nu)/\Omega_m$. У випадку $\Omega_\Lambda = \Omega_K = 0$ маємо точний аналітичний розв'язок — $D \sim a(t) = (1+z)^{-1}$. У випадку $\Omega_\Lambda \neq 0$ чи $\Omega_K \neq 0$ швидкість зростання амплітуди збурення є меншою, якщо $\Omega_\Lambda > 0$ чи $\Omega_K > 0$, і більшою у випадку протилежних знаків цих величин, що випливає з числових розв'язків системи рівнянь (2.78)-(2.81). У проблемі формування великомасштабної структури Всесвіту, порівняння передбачень різних моделей зі спостереженнями часто вживаною є аналітична апроксимація залежності амплітуди збурення густини від часу на пізніх етапах еволюції

$$D(z) = A_0 \frac{5}{2} \frac{\Omega(z)}{1+z} \left[\frac{1}{70} + \frac{209\Omega(z) - \Omega^2(z)}{140} + \Omega^{4/7}(z) \right]^{-1}, \quad (2.161)$$

де

$$\Omega(z) = \Omega_m (1+z)^3 / \left(\Omega_m (1+z)^3 + \Omega_\Lambda + \Omega_K (1+z)^2 \right) ,$$

A_0 — стала нормування, яку визначають за відомим значенням амплітуди збурень на заданому червоному зміщенні. На рис. 2.8 показано розвиток збурень в епоху формування структури для трьох класів моделей — з домінуванням матерії ($\Omega_m = 1$), з домінуванням темної енергії ($\Lambda > 0$) та з кривиною 3-простору ($\Omega_K > 0$).

Елементи великомасштабної структури Всесвіту, такі як галактики та скупчення галактик, є суттєво нелінійними неоднорідностями: $(\rho_{gal} - \rho)/\rho \gg 1$. Лінійна теорія збурень, яка наведена тут, адекватно описує еволюцію збурень, доки їхня амплітуда значно менша від одиниці. Частинки в області таких збурень беруть участь у загальному розширенні Всесвіту, проте їхня швидкість віддаляння від центра збурення менша від габблівської, і ця різниця зростає внаслідок сповільнення під дією самогравітації згущення матерії. Якщо повна механічна енергія збуреної області негативна, то настане момент, коли розширення в цій області припиниться і почнеться зворотний процес колапсу збурення й формування елемента структури, галактики, чи скупчення галактик. В області негативних збурень густини, навпаки, сформується порожнина. Уперше задачу колапсу сферично-симетричної пилоподібної хмари в рамках загальної теорії відносності проаналізував Р. Толмен у 1934 р.(див. [4, 1]. Незважаючи на ідеалізацію задачі (сферична симетрія, пилоподібне середовище), її розв'язки широко використовують у проблемі формування великомасштабної структури Всесвіту. Зіставлення розв'язків нелінійної задачі з лінійною теорією дає змогу пов'язати такі характеристики великомасштабної структури Всесвіту, як функція мас багатих скупчень галактик, функція температури рентгенівських скупчень тощо зі спектром потужності початкових (лінійних) збурень густини.

Теоретичні основи такого підходу закладені працею В. Преса і П. Шехтера 1974 р. (формалізм Преса–Шехтера) та розвинуті в працях їхніх численних послідовників. Параметрами формалізму є амплітуда збурення густини речовини, формально обчисленої за лінійною теорією, за якої воно колапсує на заданому червоному зміщенні z – $\delta_c(z)$, та середня густина речовини у збуренні в одиницях середньої густини речовини у Всесвіті пі-

сля усталення динамічної рівноваги, віріалізації системи частинок – Δ_c. У моделі Айнштайна–де Сіттера ($\Omega_m = 1$, $\Omega_\Lambda = 0$, $\Omega_K = 0$) вони дорівнюють 1.69 і 178, відповідно, і не залежать від червоного зміщення колапсу хмари. Припускаючи, що елементи структури формуються у високих піках випадкового гаусівського поля збурень густини з $D(z) \geq \delta_c(z+1)$, можна для заданої моделі з відомим початковим спектром потужності збурень густини речовини (див. 2.9) розрахувати момент формування елементів структури заданої маси або частку сформованих об'єктів (точніше, їхніх гало) на заданому червоному зміщенні z від загальної кількості тепер ($z = 0$). На рис. 2.9 показано такі розрахунки для ΛCDM моделі з параметрами, визначеними на підставі сукупності сучасних даних спостережувальної космології (див. 2.10). Їх можна використати для тестування моделі за підрахунками кількості об'єктів різних мас на різних червоних зміщеннях.

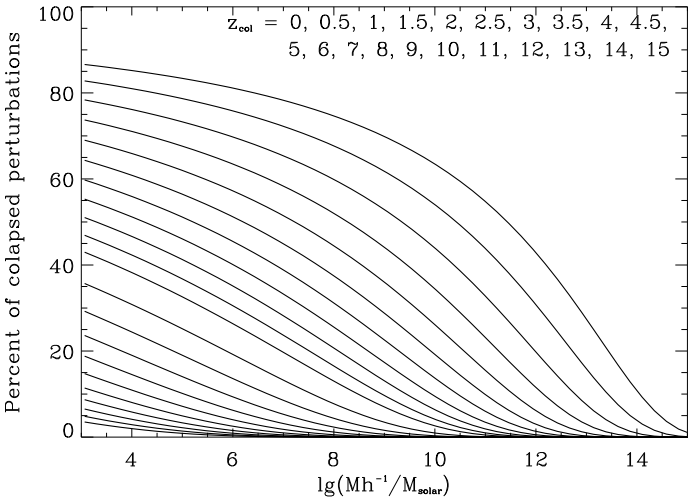

Рис. 2.9. Частка сколапсованих гало від повної кількості об'єктів заданої маси на різних червоних зміщеннях z у ΛCDM-моделі з параметрами $\Omega_\Lambda = 0.736$, $\Omega_m = 0.278$, $\Omega_b = 0.05$, $h = 0.68$, $\sigma_8 = 0.73$ та $n_s = 0.96$. Лінії відповідають різним червоним зміщенням від $z = 0$ до $z = 15$ з інтервалом 0.5 до $z = 5$ і 1 на більших z (z зростає зверху до низу).

Як бачимо, першими на $z \approx 15$ формуються об'єкти малих мас – надмасивні зорі ($M \sim 10^3 M_\odot$) першого покоління. Зі збільшенням їхньої кількості з часом (криві від низу до верху в напрямі зменшення z) з'являються структури більших мас унаслідок гравітаційного скупчування менш масивних об'єктів, сформованих раніше. Такий сценарій формування структури називають ієрархічним скупчуванням, або формуванням структури від низу до верху (від малих мас до великих). У такому сценарії структура в менших масштабах розвинута значніше, ніж у більших. Численні спостереження підтверджують саме такий сценарій формування великомасштабної структури Всесвіту і дають змогу відтворити початковий спектр збурень густини, за яким можна визначити параметри космологічної моделі.

2.9. Спектри потужності збурень густини і температури реліктового випромінювання

Розв'язок рівнянь еволюції збурень густини речовини дає залежність амплітуди фур'є-моди від часу $\delta(k,t)$, яка дорівнює калібрувально-інваріантній величині $D(k,t)$, $D_s(k,t)$ або $D_g(k,t)$ у синхронній супутній системі відліку, конформно-ньютонівській або системі відліку сталої кривини 3-простору відповідно. Залежність від хвильового числа k має бути задана або зі спостережень, або з теорії генерації космологічних збурень у ранньому Всесвіті. Як спостереження, так і теорія дають залежність амплітуд збурень від масштабу у формі спектра потужності збурень густини речовини:

$$P(k,t) = \langle \delta(k,t)\delta^*(k,t) \rangle \, .$$

Практично всі моделі раннього Всесвіту передбачають епоху експоненціального розширення $a(t) \propto \exp(Ht)$ – інфляційну епоху, наслідком якої є масштабно-інваріантний спектр скалярних первинних збурень густини речовини (див. [11]):

$$P_i(k,t) = A_s(t) k^{n_s},$$

де $A_s(t)$ – амплітуда в момент фіксованого часу t у ранню епоху еволюції Всесвіту, n_s – спектральний індекс, які необхідно визна-

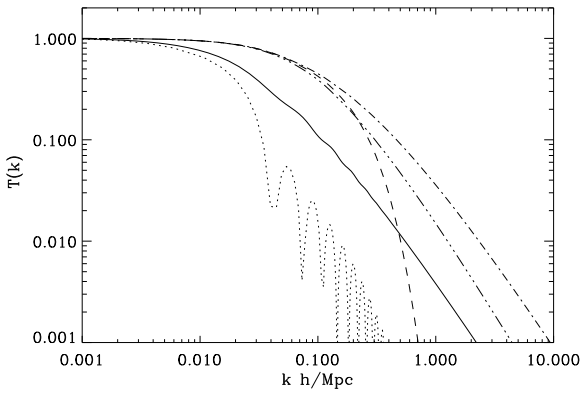

Рис. 2.10. Перехідна функція $T(k)$ в різних моделях: відкритій баріонній моделі (OBM) – крапкова лінія, моделі з гарячою темною матерією (HDM) – штрихова лінія, моделі з холодною темною матерією(CDM) – штрих-крапкова лінія, моделі зі змішаною темною матерією (MDM) – штрих–трикрапкова лінія, моделі з космологічною сталою і холодною темною матерією (ΛCDM) – суцільна лінія. Параметри моделей ті ж, що й на рис. 2.7.

чати на підставі зіставлення модельних характеристик Всесвіту зі спостережуваними.

Очевидно, що масштабно-інваріантним є спектр на масштабах, значно більших, ніж горизонт частинки на момент рекомбінації. Форма спектра потужності збурень меншого масштабу зазнала змін через зміну закону розвитку після входження в горизонт частинки та ефекти загасання. Така зміна тим більша, чим менший масштаб збурень. Характеристикою зміни форми первісного спектра збурень і-ї компоненти є перехідна функція, яку можна означити так:

$$T_i(k,t) \equiv |\delta_i(k_h \ll k^s_{rec}, t)|/|\delta_i(k,t)|,$$

за умови, що $|\delta_i(k_h,t)| = |\delta_i(k,t)|$ до входження збурення в горизонт частинки. Тобто перехідна функція – це відношення модулів амлітуд збурень двох масштабів $k_h \ll k^s_{rec}$ і k в довільний момент після рекомбінації, їхні початкові амплітуди були одинковими у фіксований час t в ранню епоху еволюції Всесвіту. Як видно з рис. 2.7, для кожної компоненти фіксованої моделі вона

різна. Тому багатокомпонентні моделі характеризують зваженою перехідною функцією за всіма компонентами:

$$T(k,t) = \sum_i \Omega_i T_i(k,t) / \sum_i \Omega_i.$$

Ця функція залежить від параметрів космологічної моделі та вмісту різних компонент речовини. З розв'язків системи рівнянь Айнштайна-Больцмана для різних k можна побудувати перехідну функцію для різних моделей. На рис. 2.10 показано перехідні функції, розраховані за допомогою програми CMBFAST для тих самих моделей, що й на рис. 2.7.

Якщо перехідна функція для заданої моделі відома, то спектр потужності збурень густини речовини на довільному червоному зміщенні ($\ll 1\,000$) можна розрахувати так:

$$P(k;z) = A_s k^{n_s} T^2(k;z) D^2(z)/D^2(0), \tag{2.162}$$

де A_s – стала нормування для скалярної моди збурень,
$D(z)/D(0)$ – фактор росту на лінійній стадії еволюції збурень, $D(z)$ добре апроксимувати виразом (2.161). Сталу нормування скалярної моди збурень A_s визначають через амплітуду збурень густини речовини δ_h на масштабі сучасного горизонту частинки так:

$$A_s = 2\pi^2 \delta_h^2 (3000\text{Mpc}/h)^{3+n_s} \ . \tag{2.163}$$

Зручною в аналізі формування великомасштабної структури Всесвіту є безрозмірна величина $\Delta^2(k) \equiv P(k)k^3/2\pi^2$, яка наближено дорівнює значенню середньоквадратичного збурення густини речовини в масштабі π/k Мпк. Для тих самих моделей, що на рис. 2.7 і 2.10, спектри потужності в безрозмірній величині $\Delta^2(k)$ зображені на рис. 2.11. Параметри ΛCDM-моделі, отримані нами на підставі сучасних спостережуваних даних про характеристики великомасштабної структури Всесвіту та флюктуації температури реліктового випромінювання, одержані в космічному експерименті WMAP. Отже, суцільна лінія (ΛCDM модель) показує спектр потужності флюктуацій густини, найближчий до реального.

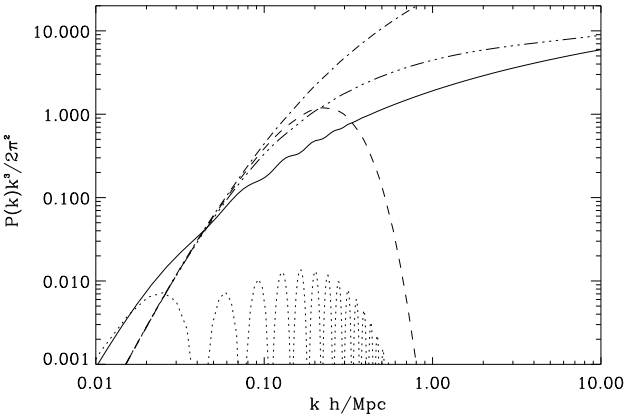

Рис. 2.11. Спектри потужності збурень густини речовини в різних моделях. Позначення ті ж, що й на рис. 2.10. Параметри моделей ті ж, що й на рис. 2.7.

Флюктуації температури реліктового випромінювання зручно представляти розкладом за сферичними гармоніками

$$\frac{\Delta T}{T}(\mathbf{n}) = \sum_{\ell,m} a_{\ell m} Y_{\ell m}(\mathbf{n}),$$

де $l \geq 2$. Монопольна і дипольна складові ($l = 0, 1$) пов'язані з гравітаційним потенціалом і рухом спостерігача, тому їх не беруть до уваги, оскільки нас цікавлять первинні космологічні збурення. В однорідному ізотропному Всесвіті внаслідок обертової симетрії коефіцієнти (амплітуди) розкладу $a_{\ell m}$ не корелюють між собою за різних значень ℓ і m, звідки випливає, що $\langle a_{\ell m} a^*_{\ell m} \rangle = \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'} C_\ell$.

Величину C_ℓ називають спектром потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання. Справді, кореляційна функція таких флюктуацій

$$\langle \Delta T(\mathbf{n}_1) \Delta T(\mathbf{n}_2) \rangle = T^2 \sum_\ell \frac{2\ell + 1}{4\pi} C_\ell P_\ell(cos\theta) \ ,$$

де $P_\ell(cos\theta)$ – поліноми Лежандра, $\mathbf{n}_1 \mathbf{n}_2 = cos\theta$. Середньоквадра-

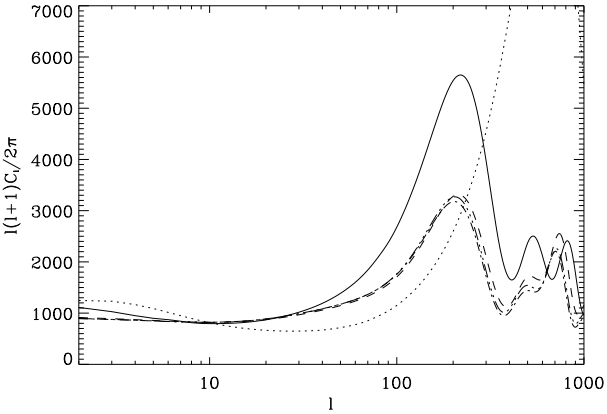

Рис. 2.12. Спектри потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання, зумовлені скалярною модою збурень у різних моделях. Позначення ті ж, що й на рис. 2.10. Параметри моделей ті ж, що й на рис. 2.7.

тичне значення таких флюктуацій температури

$$\langle(\Delta T)^2\rangle = T^2 \sum_\ell \frac{2\ell+1}{4\pi} C_\ell \approx T^2 \int \frac{\ell(\ell+1)}{2\pi} C_\ell d\ln\ell \ ,$$

$$\langle(\Delta T)^2\rangle_\ell = T^2 \frac{2\ell+1}{4\pi} C_\ell,$$

так що величина $\ell(\ell+1)C_\ell/2\pi$ визначає потужність, яка припадає на одиничний логарифмічний інтервал ℓ. Саме цю величину найчастіше використовують в аналізі анізотропії реліктового випромінювання. Рівняння для її розрахунку на підставі рівнянь Айнштайна та Больцмана в теорії калібрувально-інваріантних збурень описано в параграфі 2.5, вони є основою програмних пакетів CMBfast, CAMB та ін. На рис. 2.12 зображено спектри потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання, розраховані за допомогою програмного пакету CMBfast. Параметри моделей наведені в 2.7.

2.10. Спостереження

Реліктове випромінювання. Найвагоміші експериментальні підтвердження теорії формування великомасштабної структури Всесвіту отримані в дослідженнях просторової структури флюктуацій температури реліктового випромінювання. Їхнє існування та зв'язок зі збуреннями густини передбачене в роботі Р. Сакса і А. Вольфа [35]. Уперше вони зареєстровані 1992 р. в космічному експерименті COBE (COsmic Background Explorer), метою якого були пошуки слідів таких флюктуацій у просторовому розподілі квантів реліктового випромінювання[5]. Виявлені флюктуації температури реліктового випромінювання на рівні $\sim 0.001\,\%$ в ділянках неба розміром $\sim 7^{\circ}$ чудово узгоджувались із законом наростання амплітуди збурень густини речовини (2.161).

Важливим виявилось і таке: середньоквадратичні флюктуації температури випромінювання майже не залежали від масштабу в діапазоні кутових розмірів ділянок на небі від 7° до 180°. Таку властивість передбачали інфляційні моделі Всесвіту – швидке експоненціальне збільшення масштабів на ранній стадії ($a \sim e^{t/t_1}$, де t_1 початок інфляції) приводить до розтягування областей з квантовими масштабами до макромасштабів зі збереженням спектра потужності $\langle \delta\delta^* \rangle \propto k$ (k — хвильове число збурення) та нормального розподілу амплітуд. Обчисливши середньоквадратичні флюктуації температури реліктового випромінювання ($< \Delta T/T >$) згідно з ефектом Сакса-Вольфа для кутових масштабів $\geq 10^{\circ}$, отримаємо приблизно однакове значення. Експеримент COBE це підтвердив і за вимірюваннями в ньому це значення дорівнює $(1.1 \pm 0.1) \cdot 10^{-5}$. Воно ще досі є своєрідним репером у дослідженнях великомасштабної структури Всесвіту. Понад два десятки експериментів – наземних і стратосферних – підтвердили цей результат.

І це не останнє теоретичне передбачення в космології, яке отримало експериментальне підтвердження. Якщо структура – це результат розвитку адіабатичних флюктуацій густини, то на

[5] Дж. Смуту за це відкриття присуджено Нобелівську премію в галузі фізики за 2006 р.

кутових масштабах, які відповідають масштабу горизонту на момент відриву реліктового випромінювання від речовини, і менших у ~ 2 і ~ 4 рази повинні простежуватись "гарячі" і "холодні" плями – так звані акустичні піки (див рис. 2.12). Майже одночасно такі піки були надійно виявлені в стратосферних експериментах 2000 р. BOOMERANG і MAXIMA на ділянках неба розміром 44 і 240 квадратних градусів, відповідно. Остаточно це явище підтверджене в космічному експерименті WMAP, у якому отримано карту флюктуацій температури реліктового випромінювання всього неба з роздільною здатністю ~ 13 дугових мінут. Виведений на орбіту довкола Сонця у 2001 р. і розташований у точці Лагранжа L_2, космічний телескоп WMAP, вимірював флюктуації температури реліктового випромінювання по всій небесній сфері за пів-року безперервних спостережень. У 2003 р. опубліковано результати опрацювання даних, накопичених за перший рік спостережень, і ця подія ознаменувала початок нової епохи в космології — епохи прецизійної космології. Тоді вперше отримано спектр потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання в найширшому діапазоні кутових масштабів — від $13'$ до 180°, що відповідає діапазону сферичних гармонік $2 \leq \ell \leq 1\,000$.

Дані WMAP підтвердили існування акустичних піків і дали змогу надійно визначити їхні положення та амплітуди. Саме така пікова структура спектра потужності є остаточним доказом адіабатичної природи первинних збурень густини речовини та метрики простору–часу, з яких утворилися галактики та сформувалась великомасштабна структура Всесвіту. Співвідношення амплітуд акустичних піків та їхніх положень у кутовому спектрі потужності засвідчують, що моделі з темною матерією, темною енергією та масштабно-інваріантним спектром первинних скалярних збурень густини адекватно описують спостережуваний Всесвіт. У березні 2006 р. оприлюднено результати трьохрічних спостережень, які підтвердили попередні результати і збільшили точність визначення характеристик анізотропії реліктового випромінювання. Амплітуди й положення акустичних піків і западин є чутливим індикатором густини баріонної та темної матерії, кривини 3-простору, сталої Габбла. Обчислені на їхній підставі

значення цих параметрів практично співпали з іншими незалежними визначеннями: сталою Габбла та космологічною сталою, отриманими в ключових експериментах на Космічному телескопі Габбла, вмістом баріонів, який виведено з теорії космологічного нуклеосинтезу та спостережуваних даних про дозоряний гелій і дейтерій.

Доповнення даних WMAP сукупністю даних про великомасштабну структуру Всесвіту, темп і динаміку його розширення та про вміст легких елементів у міжгалактичному середовищі, дало змогу визначити діапазон значень шести основних параметрів цієї моделі: $\Omega_\Lambda = 0.7-0.8$, $\Omega_m = 0.23-0.31$, $\Omega_b = 0.04-0.05$, $h = 0.68 - 0.75$, $A_s = 0.75 - 0.92$, $n_s = 0.9 - 0.96$. Точні значення залежать від набору спостережуваних даних, які використовують для їхнього визначення, та моделі. У роботі групи WMAP (2006) наведено 12 визначень основних параметрів, які окреслюють наведений вище діапазон значень. Важливим результатом цих визначень є близька до нуля кривина 3-простору: $\Omega_k = 0 \pm 0.04$. Окрім головних параметрів, також знайдено значення оптичної глибини τ до сфери останнього розсіяння, що зумовлена реіонізацією міжгалактичного середовища першими зорями: $\tau = 0.09 \pm 0.03$. Для двох інших параметрів — амплітуди тензорної моди збурень A_t і масової густини нейтрино в одиницях критичної Ω_ν – визначено верхні межі їхніх допустимих значень.

На рис. 2.13 показано кутовий спектр потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання в області акустичних піків, отриманий в експерименті WMAP за результатами трьох років безперервних спостережень (крапки), та спектр, обчислений у ΛCDM-моделі (лінії) з параметрами, визначеними за різними наборами спостережуваних даних. Як бачимо, теоретичний спектр потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання повністю узгоджується зі спостережуваним для сферичних гармонік з $\ell \leq 800$. Вищі гармоніки є поза межами роздільної здатності телескопа WMAP. Визначення положення й амплітуди третього акустичного піка та області загасання Сілка є ключовим завданням для космічного телескопа PLANCK, виведеного на орбіту 2008 р.

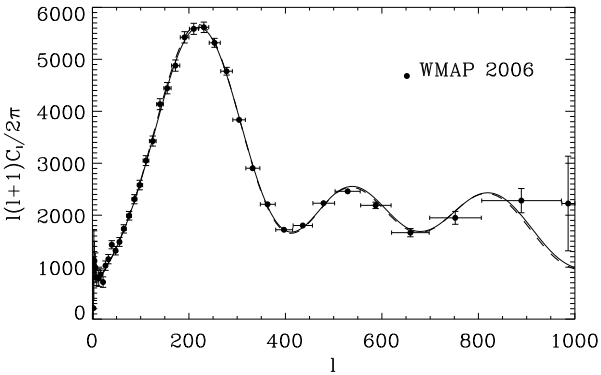

Рис. 2.13. Кутовий спектр потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання, отриманий в експерименті WMAP за результатами трьох років неперервних спостережень. Лініями показано спектри у ΛCDM-моделі з параметрами за двома визначеннями: суцільна лінія — $\Omega_\Lambda = 0.76$, $\Omega_m = 0.24$, $\Omega_b = 0.042$, $h = 0.73$, $\sigma_8 = 0.73$, $n_s = 0.958$ ($\chi^2_{min} = 37.8$), штрихова — $\Omega_\Lambda = 0.736$, $\Omega_m = 0.278$, $\Omega_b = 0.05$, $h = 0.68$, $\sigma_8 = 0.73$, $n_s = 0.96$ ($\chi^2_{min} = 37.2$) [7].

Цифрові огляди неба в оптичному діапазоні. Успіхи в галузі вимірювань реліктового випромінювання супроводжуються поступом у галузі вивчення просторового розподілу скупчень галактик, галактик та квазарів. Нещодавно опубліковані дані цифрових оглядів неба SDSS та 2dF GRS, для яких виконано числове моделювання формування структури з N частинок (галактик) з адіабатичними початковими умовами скалярної моди збурень [12]. З рис. 2.14 бачимо, що є добра узгодженість між теорією і спостереженнями.

Кількісною характеристикою видимих неоднорідностей просторового розподілу галактик може бути двоточкова просторова кореляційна функція або її фур'є-образ – спектр потужності неоднорідностей просторового розподілу галактик $P_g(k) \equiv \langle \delta_g(k) \cdot \delta_g^*(k) \rangle$, де $\delta_g(k)$ — фур'є-образ відносних збурень концентрації галактик заданої світності. Фур'є-образ зв'язаний зі спектром потужності збурень густини речовини $P(k) \equiv \langle D(k) \cdot D^*(k) \rangle$ через параметр зміщення (байсингу) b_g: $P_g(k) = b_g^2 P(k)$. Він відображає той факт, що галактики й інші елементи великомасштабної

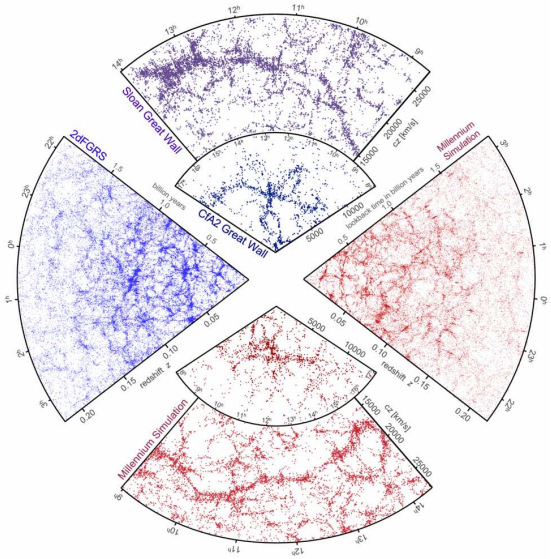

Рис. 2.14. Просторовий розподіл галактик у цифрових оглядах неба SDSS (650 000 галактик) і 2dF GRS (220 000 галактик) та в числових моделюваннях Millenium Simulation з такою самою кількістю частинок та адіабатичними початковими умовами скалярної моди збурень в ΛCDM-моделі.

структури формуються у високих піках випадкового гаусівського поля збурень густини речовини. Чим вищі піки, тим більший параметр байсингу. Світність об'єктів теж корелює з цим параметром. Тому його значення пов'язане також із селекційним критерієм конкретних каталогів галактик, чи скупчень галактик, на основі яких визначається спектр потужності неоднорідностей просторового розподілу галактик. На рис. 2.15 приведені спектри збурень густини речовини, побудовані на основі каталогів галактик та багатих скупчень галактик. Розкид даних пов'язаний із селекційними ефектами, просторовою обмеженістю вибірок галактик та похибками визначення відстані до них. Його порівняння з рис. 2.11 показує, що спостережуваний просторовий розподіл галактик і скупчень галактик вказує на ΛCDM модель з параметрами $\Omega_\Lambda = 0.736$, $\Omega_m = 0.278$, $\Omega_b = 0.05$, $h = 0.68$, $\sigma_8 = 0.73$ та $n_s = 0.96$, як космологічну модель спостережуваного Всесвіту.

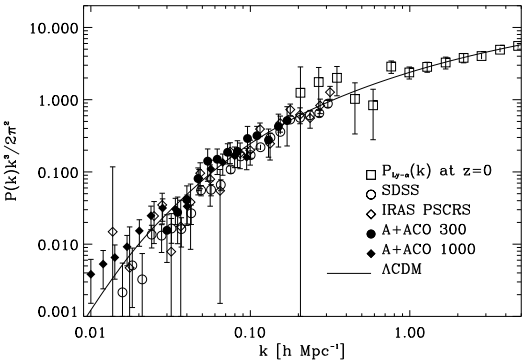

Рис. 2.15. Спектри потужності флюктуацій густини речовини, отримані на підставі просторового розподілу галактик з огляду *IRAS* Point Source Catalog Redshift Survey (PSCR): $P(k) = P_{PSRCz}(k)/b^2_{PSRCz}$, $b_{PSRCz} = 1.08$, галактик з цифрового огляду неба Sloan Digital Sky Survey (SDSS): $P(k) = P_{SDSS}(k)/b^2_{SDSS}$, $b_{SDSS} = 1.21$, багатих скупчень галактик із каталогу Abell і ACO з визначеними відстанями до 300 h^{-1}Мпк: $P(k) = P_{A+ACO}(k)/b^2_{A+ACO}$, $b_{A+ACO} = 2.86$, багатих скупчень галактик із каталогу Abell і ACO: $P(k) = P_{A+ACO}(k)/b^2_{A+ACO}$, $b_{A+ACO} = 3.92$ та статистики Ly_α ліній поглинання в спектрах далеких квазарів (P_{Ly_α}). Суцільною лінією показано спектр потужності флюктуацій густини в ΛCD-моделі з параметрами $\Omega_\Lambda = 0.736$, $\Omega_m = 0.278$, $\Omega_b = 0.05$, $h = 0.68$, $\sigma_8 = 0.73$ та $n_s = 0.96$. Усі амплітуди і масштаби зведені до сучасної епохи, $z = 0$. Літературні джерела наведених тут спостережуваних даних можна знайти в праці [7].

Лайман-альфа хмари нейтрального водню.

Значення амплітуди спектра потужності збурень густини речовини у малих масштабах ($k \sim (2-40)h/$Мпк) отримують із аналізу лісу ліній поглинання в спектрах далеких квазарів. Вигляд спектра квазара Q1422+2309, який перебуває на червоному зміщенні $z_{QSO} = 3.62$, з лісом ліній поглинання в ділянці $\lambda < \lambda_{\mathrm{Ly}\alpha}(z_{QSO}+1)$ та схема їхнього формування внаслідок поглинання випромінювання хмарками нейтрального водню на $z < z_{QSO}$ показані на рис. 2.16.

Числові моделювання формування структури з N частинок із адіабатичними початковими умовами для скалярної моди збурень сумісно з рівняннями гідродинаміки баріонного газу з високою просторовою і часовою роздільною здатністю чудово відтворюють такі спектри.

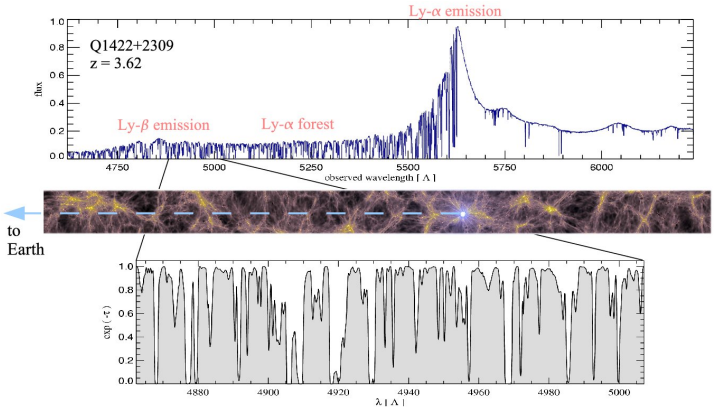

Рис. 2.16. “Ліс” Ly$_\alpha$-ліній поглинання в спектрі квазара Q1422+2309, який перебуває на червоному зміщенні $z_{QSO} = 3.62$, та схема їхнього формування внаслідок поглинання випромінювання хмарами нейтрального водню субгалактичних масштабів, що розміщені на промені зору до нього на $z < z_{QSO}$. Лінії поглинання виділеної частини спектра утворені поглинанням у лінії Ly$_\alpha$ хмарами нейтрального водню, які перебувають на $z \approx 3$.

Невирішені проблеми

Отже, ключові передбачення теорії формування великомасштабної структури внаслідок гравітаційного зростання скалярних збурень у інфляційних моделях Всесвіту – близький до масштабно-інваріантного первинний спектр збурень, форма й амплітуда спектра збурень густини речовини, акустичні піки у спектрі флюктуацій температури реліктового випромінювання – мають експериментальне підтвердження на високому рівні вірогідноті. Визначені на їхній підставі параметри космологічних моделей добре узгоджуються зі значеннями, які отримано іншими методами, що теж є підтвердженням теорії формування великомасштабної структури Всесвіту. Більшість теоретично обчислених характеристик великомасштабної структури у ΛCDM моделі Всесвіту з параметрами $\Omega_\Lambda = 0.74 \pm 0.06$, $\Omega_m = 0.28 \pm 0.08$, $\Omega_b = 0.05 \pm 0.01$, $h = 0.68 \pm 0.09$, $\sigma_8 = 0.73 \pm 0.08$ та $n_s = 0.96 \pm 0.02$ узгоджується із даними спостережувальної космології, які охоплюють масштаби від ≈ 1 до $\approx 4\,000$ Мпк, у межах 95 % інтер-

валу їхніх допустимих значень. Незважаючи на добру узгодженість передбачень теорії формування великомасштабної структури Всесвіту зі спостережуваними даними, є багато важливих невирішених проблем. До першочергових серед них належать такі:

- дослідження нелінійних стадій формування елементів великомасштабної структури та зв'язок спостережуваних величин із лінійною теорією збурень,
- уточнення параметрів космологічних моделей і вмістів різних компонент: баріонної речовини, темної матерії, темної енергії, реліктових гравітаційних хвиль, реліктових нейтрино,
- визначення положення й амплітуди третього акустичного піка,
- вимірювання поляризації реліктового випромінювання з високою просторовою роздільною здатністю,
- проведення глибоких оглядів неба з метою виявлення найбільш ранніх джерел випромінювання та з'ясування їхньої природи,
- дослідження природи частинок темної матерії,
- дослідження природи темної енергії,
- пошуки неспостережуваної досі значної частини ($\sim 60 - 80\,\%$) баріонної речовини.

Усі ці проблеми є предметом активних досліджень сьогодні як теоретичними, так і експериментальними методами.

Питання для самоконтролю та задачі для практичних занять

1. Запишіть метрику g_{ik} простору–часу однорідного ізотропного світу (час конформний) з довільною кривиною 3-простору? Хто і коли її увів?
2. Розрахуйте всі компоненти символів Крістофеля Γ^i_{kl} в метриці з п. 1.
3. За допомогою символів Крістофеля з п. 2 в метриці з п. 1 розрахуйте всі компоненти тензора Річчі R^i_k.
4. Запишіть компоненти тензора енергії–імпульсу ідеальної рідини з баротропним рівнянням стану $p = wc^2\rho$ в супутній системі відліку.
5. Запишіть диференціальне рівняння збереження (нерозривності) кількості речовини з рівнянням стану $p = wc^2\rho$ ($w = const$) в однорідному Всесвіті з метрикою Фрідмана–Робертсона–Вокера.
6. Запишіть залежність густини випромінювання ($w = 1/3$), густини матерії ($w = 0$), енергії вакууму ($w = -1$), темної енергії ($w = const$) від масштабного множника (радіуса кривини 3-простору) a.
7. Запишіть $\binom{0}{0}$ і $\binom{\alpha}{\beta}$ компоненти рівнянь Айнштайна. Як ці рівняння ще називають і чому?
8. Розв'яжіть рівняння Фрідмана (п. 7) для випадку $w = 0$ і нульової кривини 3-простору.
9. Розв'яжіть рівняння Фрідмана (п. 7) для випадку $w = 0$ і додатної кривини 3-простору.
10. Розв'яжіть рівняння Фрідмана (п. 7) для випадку $w = 0$ і від'ємної кривини 3-простору.
11. Розв'яжіть рівняння Фрідмана (п. 7) для випадку $w = 1/3$ і нульової кривини 3-простору.
12. Розв'яжіть рівняння Фрідмана (п. 7) для випадку $w = 1/3$ і додатної кривини 3-простору.
13. Розв'яжіть рівняння Фрідмана (п. 7) для випадку $w = 1/3$ і від'ємної кривини 3-простору.
14. Розв'яжіть рівняння Фрідмана (п. 7) для випадку $w = -1$ і нульової, додатної та від'ємної кривини 3-простору. Як

називають цю космологічну модель?

15. З використанням розв'язків, отриманих у пунктах 14, 11 і 8, опишіть динаміку розширення Всесвіту $a(t)$ на різних етапах його еволюції.
16. Розрахуйте збурені компоненти символів Крістофеля $\delta\Gamma^i_{kl}$ в метриці (2.54) у лінійному наближенні.
17. Розрахуйте збурені компоненти тензора Річчі δR^i_k в метриці (2.54) у лінійному наближенні.
18. Розпишіть по–компонентно збурену частину тензора енергії–імпульсу ідеальної рідини з баротропним рівнянням стану $p = wc^2\rho$ ($w = const$) у конформно-ньютонівському калібруванні в лінійному наближенні.
19. Запишіть систему рівнянь для еволюції скалярних збурень у конформно-ньютонівському калібруванні в лінійному наближенні.
20. Знайдіть розв'язок системи рівнянь еволюції скалярних збурень у конформно-ньютонівському калібруванні для пилоподібного середовища.
21. Знайдіть розв'язок системи рівнянь еволюції скалярних збурень у конформно-ньютонівському калібруванні для середовища з ультрарелятивістським рівнянням стану.
22. За допомогою розв'язків з пнктів 20 та 21 побудуйте якісну картину формування елементів структури Всесвіту (галактик, скупчень галактик, надскупчень, порожнин тощо) від раннього Всесвіту з домінуванням ультрарелятивістської плазми до пізньої епохи з домінуванням матерії.
23. Якими є параметр Габбла H і параметр сповільнення q у моделях де Сіттера?
24. Якими є параметр Габбла H і параметр сповільнення q у моделях Айнштайна–де Сіттера?
25. Якими є параметр Габбла H і параметр сповільнення q у моделях з пилоподібною матерією і космологічною сталою?
26. Як зростає амплітуда скалярної моди збурень густини пилоподібної матерії в моделі Всесвіту з космологічною сталою? Порівняйте з її зростанням у моделі Айнштайна–де Сіттера.

27. Яким є вік Всесвіту (формула) у моделі Айнштайна–де Сіттера?
28. Яким є вік Всесвіту (формула) у моделі з пилоподібною матерією та космологічною сталою?
29. Оцініть значення параметра прискорення q в сучасну епоху в моделі з $\Omega_m = 0.25$, $\Omega_\Lambda = 0.75$.
30. Запишіть формулу, що виражає зв'язок відстань – червоне зміщення ($r(z)$) в моделі з матерією, випромінюванням, космологічною сталою та кривиною.
31. Запишіть вираз для горизонту частинки в моделі Айнштайна–де Сіттера, що позв'язує його з віком Всесвіту.
32. Рівняння поширення світлових сигналів у космологічних моделях Фрідмана.
33. Космологічне червоне зміщення та закон Габбла.
34. Галактика розміщена на відстані 5 210 млн св. р. від Землі. З використанням закону Габбла розрахуйте швидкість, з якою ця галактика віддаляється від Землі. Яким є відносне зміщення ліній у спектрі цієї галактики?
35. Запишіть вирази для енергетичного розподілу реліктового випромінювання, залежності частоти та температури від масштабного множника (радіуса кривини 3-простору) a.
36. Якими є основні властивості реліктового випромінювання?
37. Запишіть значення фізичних параметрів реліктового випромінювання для довільної епохи: густини, температури, середньої концентрації квантів, питомої ентропії (n_γ/n_b).
38. Епоха космологічної рекомбінації: означення, час, червоне зміщення, температура, основні фізичні процеси.
39. Флюктуації температури реліктового випромінювання: фізичні механізми, що її зумовлюють, та амплітуда.
40. Запишіть рівняння Саха для кінетики космологічної рекомбінації.
41. Запишіть рівняння нерівноважної рекомбінації для водню.
42. Епоха космологічного нуклеосинтезу: означення, період, спостережувані наслідки.
43. Запишіть основні реакції, які відбувались в епоху космологічного нуклеосинтезу.
44. Інфляційна епоха: означення, період, спостережувані на-

слідки; генерація скалярної та тензорної мод збурень: їхні прояви і спостережувані наслідки.

РОЗДІЛ 3

Темна енергія та темна матерія у Всесвіті

На сучасному етапі космологія – це поле активних теоретичних та експериментальних досліджень. Саме у цій галузі фундаментальні дослідження природи взаємодій та елементарних частинок мають точки дотику з астрофізикою (теорією еволюції зір та галактик, теорією раннього Всесвіту). На межі релятивістської астрофізики і космології та теорії елементарних частинок формується нова галузь знань – космомікрофізика (англ. astroparticle physics), яка в багатьох країнах світу визнана найбільш пріоритетним напрямом фундаментальних досліджень. У 2005 р. сформовано міжгалузевий координаційний план досліджень у галузі космомікрофізики і в Україні, а 2007 р. розпочато цільову комплексну програму наукових досліджень НАН України "Дослідження структури та складу Всесвіту, прихованої маси і темної енергії".

Як уже зазначено, густина темної матерії становить приблизно 25 % повної середньої густини Всесвіту, темна енергія – приблизно 70 %, а звичайна баріонна речовина в усіх спостережуваних і неспостережуваних формах – лише приблизно 5 %. Слово приблизно для темних складових сьогодні означає невизначеність близько 2 %, а для баріонної компоненти – 0.5 %. Тобто існування темної енергії та темної матерії не викликає сумнівів, однак природа цих головних складових Всесвіту невідома, відомі лише їхні загальні властивості. Нижче висвітлено сучасний стан знань про темну енергію і темну матерію.

3.1. Темна енергія

Темна енергія – це домінантна в сучасну епоху енергетична складова Всесвіту, яка зумовлює його розширення з додатним прискоренням $\ddot{a} > 0$, де $a(t)$ є радіусом 3-сфери у випадку 3-простору Рімана додатної кривини, радіусом 3-псевдосфери у випадку 3-простору Рімана від'ємної кривини (3-простір Лобачевського) або масштабним множником у випадку 3-простору Евкліда. Ця величина описує динаміку розширення однорідного ізотропного Всесвіту, яким він є у великих масштабах, як розв'язок рівнянь Айнштайна

$$R_{ij} - \frac{1}{2} g_{ij} R = \frac{8\pi G}{c^4} \left(T_{ij}^{(m)} + T_{ij}^{(de)} \right), \tag{3.1}$$

де R_{ij} – тензор Річчі 4-простору, $T_{ij}^{(m)}$ і $T_{ij}^{(de)}$ – тензори енергії-імпульсу матерії (m) і темної енергії (de). Чотири-тензор другого рангу g_{ij} – фундаментальний метричний тензор, що визначає інтервал між двома нескінченно близькими точками 4-простору

$$ds^2 = g_{ij} dx^i dx^j = c^2 dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 \left(d\vartheta^2 + sin^2 \vartheta d\varphi^2 \right) \right], \tag{3.2}$$

де r, ϑ, φ – сферичні координати, $k = \{+1,\ 0,\ -1\}$ у 3-просторі з додатної, нульової та від'ємної кривини, відповідно. Тут і далі латинські індекси i, j, ... набувають значення 0, 1, 2, 3, а грецькі $\nu, \mu, ...$ – 1, 2, 3. Надалі в цьому параграфі ми приймаємо $c = 1$, так що час матиме розмірність [см], густина - [ерг/см^3] і т. д.

Якщо матерію, яка охоплює баріонну речовину і темну матерію, та темну енергію описувати тензором енергії–імпульсу ідеальної рідини з густинами ρ_m і ρ_{de} та тисками $p_m = 0$ і $p_{de} = w_{de}\rho_{de}$, відповідно, та перейти до безрозмірних величин

$$\Omega_m = \frac{\rho_m^{(0)}}{\rho_{cr}^{(0)}},\ \ \Omega_{de} = \frac{\rho_{de}^{(0)}}{\rho_{cr}^{(0)}},\ \ \Omega_k = -\frac{k a_0^{-2}}{H_0^2},$$

де H_0 – стала Габбла в сучасну епоху, $\rho_{cr}^{(0)} = 3H_0^2/8\pi G$ – критична густина Всесвіту, то рівняння Айнштайна можна звести до

вигляду

$$H = H_0\sqrt{\Omega_m(a_0/a)^3 + \Omega_k(a_0/a)^2 + \Omega_{de}(a_0/a)^{3(1+w_{de})}}, \tag{3.3}$$

$$q = \frac{1}{2}\frac{\Omega_m(a_0/a)^3 + (1+3w_{de})\Omega_{de}(a_0/a)^{3(1+w_{de})}}{\Omega_m(a_0/a)^3 + \Omega_k(a_0/a)^2 + \Omega_{de}(a_0/a)^{3(1+w_{de})}}, \tag{3.4}$$

де $H \equiv \dot{a}/a$ – стала Габбла, а $q \equiv -\ddot{a}/(aH^2)$ – параметр прискорення в довільний момент t. Для сучасної епохи ($a = a_0$) отримаємо $\Omega_{de} + \Omega_m + \Omega_k = 1$, $q = (\Omega_m + (1+3w_{de})\Omega_{de})/2$. Додатне прискорення ($q < 0$) можливе лише за умови $w_{de} < -1/3$. Отже, для заданих властивостей матерії (густина та рівняння стану) динаміка розширення Всесвіту визначена вмістом темної енергії Ω_{de} та параметром рівняння стану $\omega_{de} \equiv p_{de}/\rho_{de}$. Детальніше виведення рівняннь (3.3) та (3.4) див. 2.1.

3.1.1. Спостережувані дані. Червоне зміщення ліній у спектрах далеких галактик $z = \Delta\lambda/\lambda$, яке безпосередньо визначають зі спостережень, пов'язане з масштабним множником $a(t)$ у момент випромінювання простим співвідношенням $z = 1/a - 1$. А оскільки залежність масштабного множника від часу визначена параметрами темної енергії (рівняння (3.3)-(3.4)), то можна будувати спостережувальні тести, які грунтуються на співвідношеннях відстань, визначена за світністю, – червоне зміщення та відстань, визначена за кутовими розмірами, – червоне зміщення. Саме ці тести, реалізовані за допомогою космічного телескопа Габбла (Hubble space telescope (HST)) та Зонду анізотропії мікрохвильового випромінювання Вілкінсона (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP)), дали незаперечні докази існування у нашому Всесвіті домінантної за густиною темної енергії.

Перший із тестів можна представити у вигляді залежності видима зоряна величина – червоне зміщення для джерел випромінювання з відомою світністю або абсолютною зоряною величиною M:

$$m = M + 5\log d_L + 25. \tag{3.5}$$

Відстань за світністю $d_L \equiv \sqrt{L/4\pi F}$ (L – світність джерела, F – потік енергії від нього на відстані Землі) до джерела з червоним

зміщення z у Всесвіті з метрикою (3.2) визначена співвідношенням

$$d_L = (1+z)\chi\left(\int_0^z \frac{dz'}{H(z')}\right), \tag{3.6}$$

де $\chi(r)$ означена виразом (2.2). Тут і далі $h \equiv H_0/100\,\text{км}/(\text{с}\cdot\text{Мпк})$. Реалізований для наднових зір типу Ia (SNe Ia) в далеких галактиках (до $z = 1.62$) за допомогою найпотужніших оптичних телескопів світу [32, 33, 34], він дає значення параметра прискорення в діапазоні $-1.08 \leq q_0 \leq -0.55$, тобто $\ddot{a} > 0$ і $\Omega_{de} > 0$ на рівні вірогідності $> 3\sigma$. Найбільш оптимальні значення параметрів темної енергії: $\Omega_{de} = 0.71^{+0.03}_{-0.05}$ і $w_{de} = -1.02^{+0.13}_{-0.19}$, похибки 1σ отримані марґіналізацією за всіма параметрами.

Тест видима зоряна величина – червоне зміщення застосовано до γ-спалахів із визначеними червоними зміщеннями. Сьогодні відомо 63 такі спалахи в діапазоні червоних зміщень $0.3 < z < 5.6$. Спалахи з червоними зміщеннями $z < 1.62$ використано для нормування залежності $m(z)$ за надновими типу Ia, а з діапазону $1.62 < z < 5.6$ – для визначення основних параметрів темної енергії. Точність такого визначення значно менша, ніж за надновими типу Ia, однак найоптимальніші значення є близькими. Це важливий результат, оскільки покриває значно більші масштаби в просторі й часі.

Тест відстань, визначена за кутовими розмірами – червоне зміщення можна реалізувати для структур з відомими лінійними розмірами D. Зіставляючи відстань $d_A = D/\alpha_D$, визначену за кутовими розмірами об'єкта α_D, із відстанню, обчисленою за його червоним зміщенням,

$$d_A = \frac{d_L}{(1+z)^2} = \frac{1}{1+z}\chi\left(\int_0^z \frac{dz'}{H(z')}\right), \tag{3.7}$$

можна визначати параметри темної енергії. Найбільш фізично обґрунтованим є застосування цього тесту до даних про кутовий спектр потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання, отриманих у низці наземних, стратосферних та космічних експериментів. Цей кутовий спектр містить акустичні піки, положення n-го акустичного піка визначене простим спів-

відношенням:

$$\ell_n = n\pi \frac{d_A(\Omega_m + \Omega_{de}, h)}{r_s(\Omega_m, \Omega_b, h)},$$

де d_A – відстань за кутовими розмірами до сфери останнього розсіювання, r_s – акустичний горизонт на момент космологічної рекомбінації, який відіграє роль стандартного метра. Саме положення піків чутливе до суми $\Omega_m + \Omega_{de} = 1 - \Omega_k$, тобто до параметра кривини Ω_k. Уже перші визначення у стратосферних експериментах та перші дані WMAP засвідчили, що $\Omega_k \approx 0$. Беручи до уваги положення та амплітуди всіх піків та впадин між ними, можна з великою точністю знайти значення вмістів усіх компонент – баріонної речовини Ω_b, темної матерії Ω_{dm} та темної енергії Ω_{de}. За результатами п'яти років вимірювань космічного мікрохвильового фону в експерименті WMAP отримано такі значення для параметрів темної енергії: $\Omega_{de} = 0.73 \pm 0.1$, $w_{de} = -1.06 \pm 0.4$.

Інші застосування тесту відстань, визначена за кутовими розмірами, – червоне зміщення пов'язані з оптичними спостереженнями на малих червоних зміщеннях. Зокрема, у спектрах потужності збурень густини речовини $P(k) = \langle \delta(k)\delta^*(k) \rangle$, де $\delta(k) \equiv \mathcal{F}\left(\delta\rho(\mathbf{x})/\rho\right)$, отриманих у цифрових оглядах неба SDSS та 2dFGRS, виявлено баріонні акустичні осциляції (БАО, в англомовній літературі BAO), передбачені А. Сахаровим ще у 60-х роках XX ст., тому їх інколи ще називають сахаровськими осциляціями. Їхні положення у спектрі є своєрідним стандартним метром. Порівняння спостережуваних положень із положеннями, обчисленими в космологічній моделі із заданими параметрами, дає змогу визначати параметри темної енергії. Точність цих даних ще не достатня, щоб конкурувати з даними за надновими типу Ia чи флюктуаціями температури реліктового випромінювання, проте вони є важливим доповненням до них, оскільки у площині $\Omega_{de} - w_{de}$ ізолінії функції правдоподібності мають інший нахил. Наприклад, комбінація даних за надновими типу Ia та BAO дає такі значення для параметрів темної енергії: $\Omega_{de} = 0.73 \pm 0.02$, $w_{de} = -1.02 \pm 0.09$, а комбінація WMAP+SNIa+BAO[1] – $\Omega_{de} = 0.722 \pm 0.02$, $w_{de} = -0.972 \pm 0.06$.

[1]На сайті http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/map можна знайти ре-

Комбінація більшої кількості даних спостережувальної космології дає результати, близькі до цитованих тут у межах 1σ довірчих інтервалів.

Параметри темної енергії отримують також за визначенням масової частки міжгалактичного газу f_{gas}^{obs} у рентгенівських скупченнях галактик, відстані до них – за кутовими розмірами d_A та їхнім червоним зміщенням z. Порівняння з теоретично обчисленою масовою часткою газу

$$f_{\rm gas}^{\rm th}(z, h, \Omega_m, p, \Omega_b, Q) = \frac{KA\gamma b_0(1+\alpha_b z)}{1+s_0(1+\alpha_s z)} \left(\frac{\Omega_b}{\Omega_m}\right) \left[\frac{d_{\rm A}^{de}(z)}{d_{\rm A}(z)}\right]^{1.5},$$

де перший дріб у правій частині – це параметри моделі рентгенівського скупчення, $d_{\rm A}^{de}$ – відстань, визначена за кутовими розмірами в космологічній моделі з заданими параметрами, дає змогу визначити параметри темної енергії. Цей метод застосовано до результатів визначень масової частки газу 42 рентгенівських скупчень галактик на підставі даних космічного телескопа Chandra та отримано такий результат: $\Omega_{de} = 0.89 \pm 0.3$, $w_{de} = -1.2 \pm 0.5$. Точність методу невисока порівняно з іншими, однак його цінність полягає в тому, що астрофізичні дані добре узгоджуються з космологічними.

Реліктове випромінювання, яке ми нині спостерігаємо, дійшло до нас від сфери останнього розсіяння крізь неоднорідний Всесвіт. Наявність темної енергії зумовлює зміну з часом глибин потенціальних ям, утворених збуреннями матерії на шляху від сфери останього розсіяння до нас. Оскільки відстань до сфери останього розсіяння є скінченною, то збурення великих розмірів спричиняють появу анізотропії в накопичувальному зміщенні частоти реліктових квантів унаслідок різниці потенціалів, як це передбачає загальна теорія відносності. Такий накопичувальний ефект називають інтегральним ефектом Сакса–Вольфа. Унаслідок цього ефекту кутовий розподіл матерії на великих масштабах має корелювати з кутовими неоднорідностями температури реліктового випромінювання. Виявлені кореляції фактично підтверджують попередні значення параметрів темної енергії.

зультати 57 визначень з різних комбінацій даних для різних моделей.

Ще одним непрямим доказом існування темної енергії з параметрами $\Omega_{de} \approx 0.73$, $w_{de} \approx -1$ є добре узгодження теоретично обчисленого віку Всесвіту ($t_0 = 13.73 \pm 0.12$ млрд років) із віком найстарших білих карликів (14.5±1.5 млрд років), кулястих скупчень (13.5±2 млрд років) та віком старих зір гало Галактики, визначеним за вмістом урану U-238 (14.0±2.4 млрд років).

Як бачимо, усі визначення параметра рівняння стану темної енергії w_{de} дають значення близьке до -1, яке відповідає космологічній сталій Айнштайна. Це значення потрапляє в 1σ діапазон довірчих інтервалів у всіх визначеннях, які тут цитовано. Отже, можна стверджувати, що теоретичні передбачення моделей з космологічною сталою узгоджуються з усією сукупністю космологічних та астрофізичних спостережуваних даних. Різниця максимальних значень функції правдоподібності для різних спостережуваних даних у Λ-моделях з найбільш оптимальними значеннями параметрів та моделях темної енергії з $w_{de} = const$ є статистично незначущою. Уведення змінного з червоним зміщенням параметра рівняння стану темної енергії $w_{de}(z)$ не змінює суттєво значень параметрів темної енергії, наведених у цьому параграфі.

Отже, моделі Всесвіту з космологічною сталою ще є "життєздатними" з погляду спостережуваних даних, однак не мають поки-що задовільної інтерпретації в рамках фізичних теорій фундаментальних взаємодій і моделей раннього Всесвіту.

3.1.2. Класичне скалярне поле як темна енергія. Спостережувані факти можна цілком адекватно описати без уведення Λ-сталої в космологічних моделях зі скалярним полем. Для цього необхідно припустити, що скалярні поля, які є невіддільною частиною сучасних теорій елементарних частинок[2], наявні

[2]У квантовій теорії поля скалярне поле асоціюється з частинками, які мають нульовий спін, зокрема бозонами та мезонами. У рамках стандартної теорії елементарних частинок маси лептонів пояснюють як наслідок їхньої взаємодії з бозонами Гіґґса. Гіпотезу про існування бозона Гіґґса підтверджено в експериментах на Великому адронному колайдері (http://lhc.web.cern.ch/lhc/) у 2012 р., за що її авторам П. Гіґґсу та Ф. Енглеру присуджено Нобелівську премію з фізики за 2013 р. Мезони не розглядають як кандидати на утворення космологічних скалярних полів, оскільки час життя цих частинок є незначним.

у Всесвіті як одна з його компонент. Коваріантна густина лагранжіана скалярного поля в найпростішому випадку має такий загальний вигляд: $\mathcal{L}_\varphi = \frac{1}{2}g^{ij}\nabla_i\varphi\nabla_j\varphi - \mathcal{U}(\varphi)$, де $\mathcal{U}(\varphi)$ – густина потенціальної енергії. Урахування скалярного поля приводить до появи у правій частині рівнянь Айнштайна тензора енергії–імпульсу

$$T_{(\varphi)ij} = \nabla_i\varphi\nabla_j\varphi - g_{ij}\left(\frac{1}{2}g^{kl}\nabla_k\varphi\nabla_l\varphi - \mathcal{U}(\varphi)\right). \tag{3.8}$$

У фоновій метриці (2) цей тензор має діагональний вигляд $T_{(\varphi)ij} = diag(\rho_\varphi, -p_\varphi, -p_\varphi, -p_\varphi)$, де $\rho_\varphi = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + \mathcal{U}(\varphi)$ та $p_\varphi = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - \mathcal{U}(\varphi)$, крапка позначає похідну за координатою x^0. З рівняння збереження $\nabla_i T_{(\varphi)}{}^i_j = 0$ отримаємо рівняння

$$\ddot{\varphi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\varphi} + \frac{\partial\mathcal{U}(\varphi)}{\partial\varphi} = 0,$$

з якого, за відомої залежності $\mathcal{U}(\varphi)$ та заданих початкових значень функцій $\dot{\varphi}_i$ і φ_i одержимо величини ρ_φ та p_φ на заданий момент. Близька до нуля спостережувана кривина простору потребує, щоб у теперішній момент часу $\rho_\varphi \simeq 3H_0^2/(8\pi G) - \rho_m$, де H_0 – стала Габбла. Для прискореного розширення Всесвіту ($\ddot{a} > 0$) на підставі рівнянь Фрідмана також необхідно, щоб у теперішній момент часу $p_\varphi < -\frac{1}{3}(\rho_\varphi + \rho_m)$. Щоб скалярне поле було альтернативою Λ-сталій, потрібно, щоб у наш час кінетична складова енергії скалярного поля $\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2$ була значно менша від його потенціальної енергії $\mathcal{U}(\varphi)$, так щоб параметр стану $\omega_{de} = \left(\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - \mathcal{U}(\varphi)\right) / \left(\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + \mathcal{U}(\varphi)\right)$ був близький до значення -1. Це можливо, якщо зміна потенціальної енергії за час існування галактик значно менша від значення потенціальної енергії в теперішній момент: $|\Delta\mathcal{U}| \ll \mathcal{U}_0$. Цю умову можна послабити, розглядаючи складніший випадок, коли скалярне поле внаслідок взаємодії з певною компонентою Всесвіту (скажімо, зі ще одним скалярним полем) втрачатиме кінетичну енергію.

3.1.3. Моделі темної енергії. Окрім класичного скалярного поля, у космології на роль темної енергії розглядають чимало інших кандидатів. Якщо спосіб опису темної енергії є таким, що задають залежність її густини від часу або, що те ж саме,

від масштабного фактора, або коли задають рівняння стану у вигляді $p_{de}(\rho_{de}, s)$, де s – ентропія, то таку темну енергію називають динамічною. Якщо темну енергію уявляють у вигляді скалярного поля, то залежно від вигляду його лагранжіана таку темну енергію називають квінтесенцією, фантомом, K-есенцією чи тахіонним полем [15, 16, 17, 18].

Серед динамічних описів темної енергії поширеним є спосіб, за якого задають залежність від масштабного множника параметра рівняння стану $\omega_{de} = p_{de}/\rho_{de}$. Густина темної енергії, як це випливає з закону збереження $T^{i\,(de)}_{0;i} = 0$, у цьому випадку залежатиме від масштабного множника так:

$$\rho_{de} = \rho^0_{de} a^{-3} e^{-3\int\limits_0^a \omega_{de}(a')d\ln a'}. \tag{3.9}$$

Якщо прийняти значення параметра стану ω_{de} сталим у часі, то отримаємо, що $\rho_{de} = \rho^0_{de} a^{-3(1+\omega_{de})}$. Якщо $\omega_{de} = -1$, то темна енергія відповідатиме енергії вакууму або Λ-сталій, тоді як при $\omega_{de} = -2/3$ темна енергія може описувати гіпотетичну наявність топологічних дефектів у вигляді стінок доменів. До динамічних типів темної енергії також належить газ Чаплигіна з рівнянням стану $p = -A\rho^{-1}$, де A – додатна константа. Газ Чаплигіна допускає зміну параметра стану в межах $-1 < \omega_{de} < 0$, причому в ранньому Всесвіті матимемо, що $\omega_{de} \to 0$, тоді як у безмежному майбутньому отримаємо $\omega_{de} \to -1$. Подібно може себе поводити і тахіонне поле з лагранжіаном $\mathcal{L}_\varphi = -\mathcal{U}(\varphi)\sqrt{1 - g^{ik}\varphi_i\varphi_k}$. Приймаючи, що в лангранжіані тахіонного поля потенціальна енергія дорівнює величині $\sqrt{A}$, отримаємо скалярне поле, яке у випадку однорідного розподілу темної енергії є еквівалентним до газу Чаплигіна. Подібну залежність параметра рівняння стану також матимемо для класичного скалярного поля. Скажімо, якщо для такого поля квадрат адіабатичної швидкості звуку $c_a^2 \equiv \dot{p}_\varphi/\dot{\rho}_\varphi$ прийняти сталим у часі, то в ранньому Всесвіті матимемо, що $\omega_{de} \to c_a^2$, тоді як у безмежно віддаленому майбутньому одержимо $\omega_{de} \to -1$.

Цілком інші значення параметра рівняння стану має фантомне скалярне поле, для якого $\omega_{de} < -1$. Лангранжіан такого поля має вигляд $\mathcal{L}_\varphi = -\frac{1}{2}g^{ik}\varphi_i\varphi_k - \mathcal{U}(\varphi)$. Його особливістю є

те, що густина енергії фантомного поля з часом зростає, тоді як для всіх інших типів скалярних полів густина з часом спадає. Темна енергія у вигляді фантомного скалярного поля не призводить до проблеми тонкого налаштування, оскільки ми можемо приймати, що її енергію в ранньому Всесвіті дорівнює нулю. Запровадження інших типів скалярних полів не вирішує цієї проблеми остаточно. Проте, розбіжність густини темної енергії та густин усіх інших компонент у ранньому Всесвіті значно менша, ніж для Λ-сталої, особливо якщо розглядати скалярні поля, для яких виконується нерівність $0 \leq \lim\limits_{a\to 0} \omega_{de}(a) \leq 1/3$.

Оскільки припущення про існування темної енергії зроблено для пояснення прискореного розширення Всесвіту на підставі рівнянь загальної теорії відносності Айнштайна, то альтернативними до викладених вище моделей темної енергії є узагальнення цієї теорії та модифікації ньютонівської взаємодії.

Цілком виправданим способом узагальнення загальної теорії відносності є ускладнення геометрії та/або топології, які є в її основі. Згідно з основним постулатом цієї теорії, рух частинки в гравітаційному полі є її рухом у викривленому матеріальними полями просторі. Тому ускладнення геометрії та/або топології можуть бути виправданими з погляду врахування нових ступенів вільності або нових джерел гравітаційного поля. Сьогодні нема аргументів, які б змусили відмовитись від ріманової геометрії. Запровадження додаткових просторових вимірів (що еквівалентно зміні топології без зміни ріманової геометрії) дає змогу інтерпретувати темну енергію як їхній прояв.

3.1.4. Властивості та вплив темної енергії на розширення Всесвіту. Для пояснення основної властивості й суті темної енергії, а також її основних проявів скористаємося класичною механікою, у якій наша інтуїція розвинута найліпше.

З класичного (ньютонівського) закону всесвітнього тяжіння випливає, що будь-яка частинка незалежно від її маси в гравітаційному полі тіла з масою M на відстані r від його центра рухається з прискоренням $g = -GM/r^2$. Усі величини в правій частині завжди додатні, тому прискорення завжди негативне. І оскільки прискорення з від'ємним знаком називають сповільненням, то будь-яка частка в полі іншої частки завжди віддаляється

зі сповільненням. Уявимо тепер, що частка перебуває в однорідній сферичній хмарі густиною ρ на відстані r від її центра. Під дією сили тяжіння речовини, що міститься всередині[3] сфери радіуса r, її прискорення $g = -4\pi G\rho r/3$, оскільки $M = 4\pi r^3\rho/3$. І в цьому випадку прискорення теж завжди буде негативним, тобто сповільнений рух частинки в хмарі, що розширюється. В однорідному ізотропному світі будь-яка частинка може бути вибрана за центр хмари, отже, будь-яка інша частинка віддалятиметься від неї зі сповільненням. Загальна теорія відносності дещо узагальнює наведий вираз для прискорення з урахуванням внеску тиску середовища p в таке прискорення:

$$g = -4\pi G(\rho + 3p/c^2)r. \tag{3.10}$$

Оскільки значення швидкості світла (а в знаменнику воно ще й у квадраті!) дуже велике, то для всіх відомих нам рівнянь стану речовини на Землі і в зорях значення $3p/c^2$ на багато порядків менше, ніж ρ, і ним можна знехтувати в разі додавання значень величин у дужках. І лише за екстремально високих температур (у надщільних зорях, спалахах наднових або в лабораторних умовах на прискорювачах елементарних частинок, у Великому адронному колайдері, наприклад) досягають умов, коли $p \approx c^2\rho/3$, і внесок тиску у сповільнення порівнянний з впливом густини. Однак зазначимо, що позитивний тиск сповільнює, а не прискорює розширення, як може здатися з огляду на те, що сила тиску, діючи назовні, "розпирає" газ, а гравітація, навпаки, "тягне" всередину, намагається стиснути його. Це релятивістський ефект, в основі якого є принцип еквівалентності маси й енергії. Всі речовини в усіх станах на Землі і в космосі мають позитивний тиск. У звичайній матерії і темній матерії він дуже малий, для випромінювання він такий же як і для ультрарелятивістського середовища – $p = c^2\rho/3$. Отже, ніщо з уже вивченого земною і космічною фізикою не в змозі пояснити прискорене розширення Всесвіту. Та, оскільки спостереження свідчать про його додатний знак $g = -4\pi G(\rho + 3p/c^2)r/3 > 0$, то звідси випливає, що в нашо-

[3]Сумарна сила притягання всіх зовнішніх шарів речовини дорівнює нулю, тому не впливає на прискорення нашої частинки.

му Всесвіті є ще одна субстанція, яка й забезпечує від'ємний знак суми в дужках: $(\rho + 3p/c^2) = (\rho_m + \rho_{de} + 3p_{de}/c^2) < 0$, де ρ_m — густина матерії (баріонна речовина + темна матерія), ρ_{de} і p_{de} — густина і тиск нової субстанції, яку називаємо темною енергією. Причому її тиск — це її внутрішній тиск на саму себе, а не на матерію. Крім того, він має бути негативний: $p_{de} < -(\rho_m c^2 + \rho_{de} c^2)/3$ для позитивної густини ρ_m і ρ_{de}. Це незвичайно, виходить за межі нашого земного досвіду, проте не заборонено законами фізики. Отже, зі спостережуваного факту прискореного ($g > 0$) розширення Всесвіту випливає, що він однорідно заповнений субстанцією з позитивною густиною ρ_{de} і негативним внутрішнім тиском $p_{de} < -(\rho_m c^2 + \rho_{de} c^2)/3$. На всі інші види матерії та енергії вона діє лише гравітаційно й не бере участі в електромагнітній, слабкій і сильній (ядерній) взаємодіях, нічого не випромінює і нічого не поглинає. Вона справді темна, темніша від темної матерії, тому її назвали темною енергією. Її дію на матерію можна унаочнити, скориставшись рівнянням Пуассона з релятивістською поправкою на "гравітаційний заряд" – джерело гравітаційного поля аналогічно як у (3.10) $\rho_{de} \to \rho_{de}(1 + 3w_{de})$:

$$\Delta\Phi = 4\pi G[\rho_m + \rho_{de}(1 + 3w_{de})]. \tag{3.11}$$

У тих областях простору, де $\rho_m > |\rho_{de}(1 + 3w_{de})|$, права частина рівняння (3.11) є додатною, тому маємо потенціальну яму. Гравітаційна сила, яка діє на звичайну матерію, дорівнює добутку інерційної маси на градієнт потенціалу і буде напрямлена до центра. Інерційна маса темної енергії в елементі об'єму dV дорівнює $dm_{de} = \rho_{de}(1 + w_{de})dV$, тому квінтесенційна темна енергія ($-1 < w_{de} < -1/3$) натікатиме в потенціальну яму, тоді як фантомна ($w_{de} < -1$) виштовхуватиметься. Для моделей темної енергії з w_{de}, близьким до -1, ці сили є значно меншими, ніж для матерії, тому вплив неоднорідностей матерії на розвиток неоднорідностей темної енергії є незначним. У тих областях, де $\rho_m < |\rho_{de}(1 + 3w_{de})|$, права частина рівняння (3.11) є від'ємною, тому маємо потенціальний горб. Гравітаційна сила, яка діє на звичайну матерію і квінтесенційну темну енергію, напрямлена від центра, що сприятиме прискореному розширенню Всесвіту.

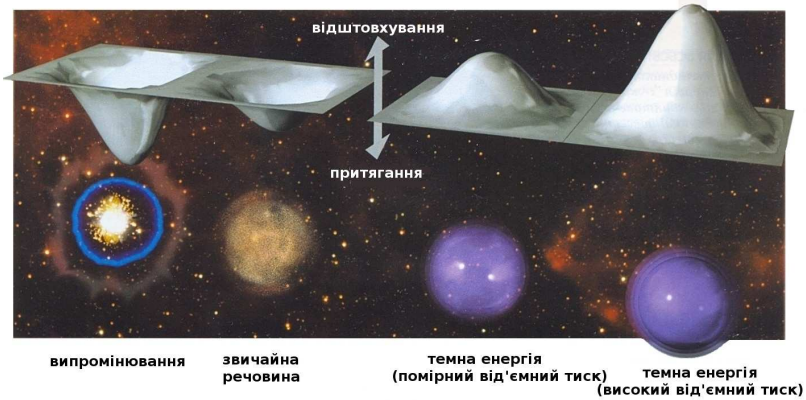

Рис. 3.1. Ілюстрація впливу тиску на гравітацію. Потенціальні ями відповідають за гравітаційне притягання матерії, горби – за відштовхування матерії. Чим більший додатний тиск, тим глибша яма, тим сильніше притягання (випромінювання). У випадку від'ємного тиску: чим він більший за абсолютною величиною, тим сильніше відштовхування. Фантомна темна енергія виштовхується з потенціальних ям, і стягується на горби, оскільки її "інерційна" густина $\rho_{de}(1+w_{de}) < 0$. (Узято із статті: Острайкер Дж., Стейнхард П., Всесвіт п'ятої сутності — квінтессенція // Величний космос. Спец. вип. ж. "Світ науки". – 2001. – N2. – С. 8).

Фантомна ж темна енергія рухатиметься до центра, вона стискатимеся, густина її зростатиме на фоні матерії, яка розширюється (рис. 3.1).

Такі загальні властивості темної енергії – позитивна густина, негативний великий за абсолютною величиною тиск, участь лише в гравітаційній взаємодії – можуть задовольняти, зокрема, скалярні поля, яких в арсеналі теоретиків велика кількість. Зазвичай, їх описують в термінах ідеальної рідини з рівнянням стану вигляду $p_{de} = w_{de}c^2\rho_{de}$, де $w_{de} < -1/3$ – параметр рівняння стану. Він може бути сталою величиною, більшою, або меншою від -1, або змінюватися з часом за якимось законом. Який він насправді у нашому Всесвіті – потрібно з'ясувати на підставі вимірювань та спостережень. Найпростіший випадок сталого $w_{de} = -1$ відповідає космологічній сталій Айнштайна, вплив якої детально проаналізовано в 2.1. Таке поле має малу сталу в часі густину ($\rho_{de} \approx 10^{-29}$ г/см^3) і є ідеально однорі-

дним, оскільки його “інерційна” густина дорівнює нулю. У всіх системах відліку воно однакове як вакуум, тому його ще називають вакуумним. Однак спроби узгодити низьку густину енергії цього поля з енергією нульових квантово-механічних коливань вакууму наразі безуспішні. Ще одна гостра проблема, що не має задовільного пояснення, – так звана проблема тонкого налаштування. Її суть у такому. Космологічна стала або густина енергії вакууму, яка їй відповідає, незмінні в часі – їхні значення такі ж як і у момент Великого вибуху. Сьогодні ця густина сумірна з густиною темної матерії і баріонної речовини (такий збіг, можливо, теж щось означає). Проте в ранню епоху, відразу після Великого вибуху, коли формувалися фізичні взаємодії, вона була на 120 порядків (!) меншою від густини всіх інших фізичних полів (відношення густини темної енергії до густини матерії виражається десятковим дробом 0.00...1 зі сто двадцятьма нулями перед одиницею!). Це дуже маленьке значення, практично нуль. Та якби перед одиницею було 115 або 125 нулів, то світ був би зовсім іншим, і нас у ньому, швидше за все, не було б. Як відбулося таке точне налаштування фізичних констант? Оскільки відповіді на це запитання немає, то доводиться погоджуватися з опонентами і шукати інші моделі, у яких цієї проблеми нема, або повернутися до неї, якщо інших моделей не має. Як подальший розвиток ідеї енергії вакууму з’явилася гіпотеза темної енергії, нової польової складової Всесвіту. Передбачають, що усереднена в класичних масштабах енергія нульових коливань вакууму дорівнює нулю, а темна енергія, як поле, що майже рівномірно заповнює Всесвіт, розвивається в ньому подібно до інших складових, проте за своїм сценарієм, залежно від її внутрішніх властивостей, які описують рівнянням стану. Моделі, які розглядають на сучасному етапі вивчення темної енергії, можна розділити на декілька типів, що відрізняються характером зміни в часі її параметрів, здатності реагувати на неоднорідності розподілу матерії або генерувати свої і, як наслідок, впливати на минулу історію і майбутнє Всесвіту. Основні з них, які найчастіше згадують у науковій літературі, такі.

Квінтесенція.[4] Параметр рівняння стану для неї $-1 < w_{de} <$

[4]Квінтесенція від. лат. quinta essentia – п’ята сутність. Уведена ще в

$-1/3$. Густина енергії квінтесенції повільніше, ніж інші компоненти зменшується з часом і з певного моменту починає домінувати (див. 3.9). У випадку сталого параметра рівняння стану w_{de} Всесвіт вічно розширюватиметься так, що відстані між галактиками збільшуватимуться за степеневим законом $\propto t^{2/3(1+w_{de})}$. У протилежному випадку – змінного в часі w_{de} – варіантів еволюції більше. Наприклад, квінтесенція зі змінним w_{de}, що монотонно зменшується, у минулому за динамічними властивостями могла бути подібною на звичайну матерію або випромінювання, однак з часом переходить до стану, подібного до вакуумних полів ($w_{de} = -1$). Світ з такою темною енергією вічно розширюватиметься з прискоренням так, що масштаби в ньому збільшуватимуться за експоненціальним законом $\propto e^{Ht}$. І навпаки, квінтесенція з монотонно зростальним w_{de} в ранньому Всесвіті за динамічними властивостями була подібна до космологічної сталої. У такій моделі з часом "космологічне прискорення" зміниться "космологічним сповільненням", яке припинить розширення світу і призведе до подальшого колапсу, який уже ніщо не зупинить. Такий світ є скінченним у часі, його існування закінчиться повним колапсом, так званим Великим колапсом, чи Великим тріском (Big Crunch).

Фантом[5]. Параметр рівняння стану w_{de} завжди менший від -1 і може бути сталим або змінюватися з часом. Густина енергії фантома повільно зростає з часом від нуля до дуже великих значень у майбутньому, унаслідок чого його роль як джерела "космічного відштовхування" виявлятиметься на щораз менших масштабах – з часом розпадуться скупчення галактик, потім – галактики, далі – зорі, планети, атоми й елементарні частинки — все закінчиться Великим розривом (Big Rip), причому за скінченний час

$$t_{BR} - t_0 \approx \frac{2}{3}\frac{1}{|1+w_{de}|}\frac{1}{H_0}\frac{1}{\sqrt{\Omega_{de}}}. \tag{3.12}$$

античні часи як п'ятий елемент світобудови (перші чотири – вода, земля, вогонь, повітр'я), який "утримував" Місяць від падіння на Землю.

[5]Фантом від грец. $\phi\acute{\alpha}\nu\tau\alpha\sigma\mu\alpha$ – привид, примара. У космології це дійсне фізичне поле, початкова густина якого дорівнює нулю. Воно наче виникло з нічого, як привид ...

І хоча цей час дуже великий, віддалене майбутнє такого світу надто вже похмуре. Однак не для теоретиків, одні шукають докази для спростування такого сценарію, інші шукають у ньому “спасіння для світу“.

На рис. 3.2 показано залежності масштабу від часу для декількох моделей темної енергії з реалістичними параметрами. Час наведено в мільярдах років, вік сучасного Всесвіту – 14 млрд років – показаний трикутником ліворуч унизу.

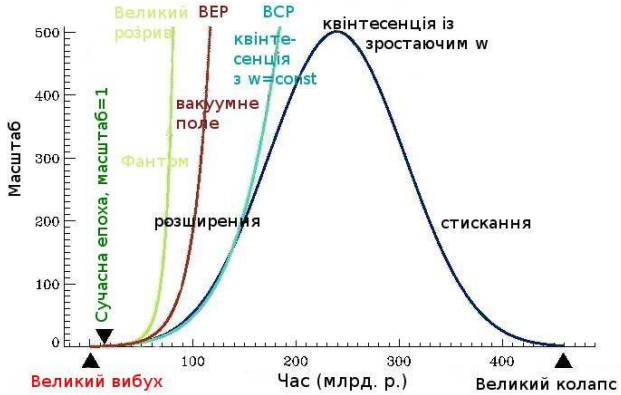

Рис. 3.2. Залежність масштабного множника a від часу та далеке майбутнє Всесвіту в космологічних моделях з різними типами темної енергії: фантомна темна енергія зумовить надшвидке розширення та сингулярність Великий розрив, вакуумне поле чи космологічна стала спричинить вічне розширення за експоненціальним законом (ВЕР), квінтесенційна темна енергія зумовить вічне розширення за степеневим законом (ВСР), або зупинку розширення і майбутній колапс із сингулярністю Великий колапс або Великий хрускіт.

Важливою властивістю моделей темної енергії є також їхня гравітаційна нестійкість – здатність до розвитку збурень густини енергії, які впливають на формування великомасштабної структури Всесвіту. У кожній моделі такий вплив є різним, що залежить від його фізичних властивостей (див. рис. 3.1 і коментар до нього в тексті). Це дає змогу розвивати спостережувальні тести, які б допомогли з’ясувати фізичну природу темної енергії нашого світу за характерними “відбитками пальців” кожної з

них у великомасштабній структурі Всесвіту. Цим сьогодні інтенсивно займається багато наукових груп у різних країнах світу. У більшості життєздатних моделей темної енергії збурення густини настільки малі на масштабах структур Всесвіту, що їхнє пряме виявлення сучасними спостережувальними засобами неможливе. Причина цього — великий негативний тиск: чим більша локальна густина, тим більший негативний тиск, що зумовлює гравітаційне відштовхування і розгладжує локальну неоднорідність темної енергії. Отже, припущення про просторово-однорідний розподіл темної енергії обґрунтоване. Чи можна сьогодні щось сказати про мікрофізичні властивості таких моделей темної енергії? Як вже зазначено, темна енергія майже однорідно заповнює весь Всесвіт, "пронизуючи" всі тіла і частинки, взаємодіючи з ними лише гравітаційно[6]. Однак її густина дуже мала для вивчення в лабораторних умовах або масштабах Сонячної системи.

З іншого боку, назвавши темну енергію фізичною субстанцією, треба хоча б спробувати пояснити її з позицій сучасної фізики. Питання перше, на яке хочеться мати відповідь мовою фізики: оскільки причиною прискореного розширення є негативний тиск, то яким є фізичний механізм, що забезпечує такий тиск у кожній точці простору? Передбачають, що темною енергією є нове поле, величину якого описують простою (скалярною) функцією координат і часу. Його повна густина енергії є сумою густини кінетичної і позитивної потенціальної енергії. Потенціальна енергія описує дію поля на самого себе. У процесі еволюції скалярне поле з позитивною густиною потенціальної енергії скочується в стан з меншою густиною потенціальної енергії, що є загальною властивістю всіх фізичних систем і полів. Проте властивості поля мають бути такими, щоб скочування відбувалося повільно: кінетична енергія не повинна перевищувати потенціальну. Це й забезпечує негативність тиску, оскільки він дорівнює різниці густин кінетичної і потенціальної енергій. Таке може бути, коли потенціал поля, що описує самодію поля, буде досить

[6]Розглядаються також моделі з темною енергією, які взаємодіють з матерією через інші негравітаційні сили, але оцінки показують, що вони мають бути суттєво меншими, щоб не вступити в суперечність із спостереженнями.

пологим. Решту робить гравітація: усі частинки і поля рухаються по геодезійних (найкоротших) траєкторіях у просторі–часі, що приводить до прискореного розширення однорідного ізотропного світу. Зазначимо, що жодних додаткових сил, які діють на звичайну речовину, не вводять, якщо не брати до уваги самодію поля, що забезпечує такий темп скочування, або негативний тиск, який "тисне" лише на темну енергію.

Питання друге: якщо темна енергія є полем, то які частки є носіями цього поля? Іншими словами: квантами електромагнітного поля є фотони, квантами поля сильної взаємодії — глюони, квантами слабкої взаємодії — $W^{\pm}$ і Z^0 бозони, гравітаційного — гравітони, скалярного поля Гіґґса, що надає масу частинкам матерії, — бозони Гіґґса, а які частинки є носіями скалярного космологічного поля? На жаль, наразі не вдається побудувати модель темної енергії в рамках теорії елементарних частинок і фундаментальних взаємодій, яка повинна відповісти на це питання. Причиною цього є дуже низька густина поля, з чого випливає, що, наприклад, у випадку квінтесенції маса частинок, яка їй відповідає за квантово-механічними розрахунками, має бути $\sim 10^{-33}$ еВ. У сучасній фізиці елементарних частинок таких мас немає. Маса електрона – найлегшої стабільної частинки – дорівнює $5 \cdot 10^5$ еВ, тобто, є на 38 порядків (!) більшою. Розмір елементарних частинок визначений комптонівською довжиною хвилі: для електрона вона дорівнює $2.4 \cdot 10^{-10}$ см, а для частинки космологічного скалярного поля $\sim 10^{29}$ см (!), тобто більша від розміру спостережуваної області Всесвіту ($\approx 10^{28}$ см). Цим і пояснюють труднощі квантової інтерпретації таких полів, що ще раз засвідчує їхню нову фізичну сутність. На закінчення зробимо декілька зауважень термінологічного характеру. Часто в літературі й описі темної енергії як фізичної субстанції використовують терміни антигравітація, гравітаційне відштовхування, космічне відштовхування тощо. Насправді ж ми тут не вводили якоїсь нової сили, що діє на звичайну матерію (важливо!) і має протилежний до гравітаційного тяжіння знак. Ефект прискорення розширення однорідного Всесвіту випливає із загальної теорії відносності, у якій немає сили притягання або відштовхування, а є викривлення простору–часу масою або енергією, а

частинки рухаються в ньому вільно по геодезійних траєкторіях. Прискорення або силу можна розрахувати за зміною швидкості частинок у кожній точці простору в локальній інерціальній системі відліку. У такому сенсі й треба розуміти ці терміни.

3.2. Темна матерія

За означенням, темна матерія (або прихована маса) – це матеріальна складова Всесвіту (маса), яка не бере участі в електромагнітній взаємодії, її наявність можна непрямо виявити лише за гравітаційною дією на видиму (світну) речовину. У рамках сучасної стандартної космологічної моделі для опису темної матерії використовують параметр вмісту (густини енергії) $\Omega_{dm} \equiv \rho^0_{dm}/\rho^0_{cr}$. Цей параметр не описує реального наповнення темної матерії, тобто з яких саме частинок (чи класу частинок) вона складається, з якими масами та квантовими числами, у яких концентраціях та пропорціях. За отриманими досі часу відомостями можна лише стверджувати, що переважна частина маси має небаріонну природу. З цього боку проблема темної матерії межує з фізикою елементарних частинок, головне завдання якої на сучасному етапі – запропонувати узгоджених кандидатів на ці частинки. Отже, проблема темної матерії є, по суті, міждисциплінарною, на межі фізики елементарних частинок, високих енергій, астрофізики та космології.

Загалом частинки темної матерії в космологічному контексті вважають *реліктовими*, оскільки припускають, що вони утворилися на ранніх етапах еволюції Всесвіту, у певний момент унаслідок розширення Всесвіту припинили взаємодію з іншими компонентами (окрім гравітаційної). Залежно від швидкостей частинок уведено поділ темної матерії на гарячу (ультрарелятивістські швидкості) та холодну (нерелятивістські), а також проміжний варіант – теплу (релятивістські). У цьому контексті постають додаткові параметри, наприклад: температура (червоне зміщення) відокремлення цих частинок; довжина вільного пробігу (пов'язана з перерізом взаємодії та швидкістю), яка визначає властивості скупчування темної матерії та масштаб зага-

сання збурень густини у цій компоненті.

Темна матерія має виявлятися в широкому діапазоні масштабів: на локальному (на рівні гравітаційних систем Землі, Сонячної системи), на рівні окремих астрофізичних об'єктів (галактики різних типів і скупчення), на рівні великомасштабної структури та Всесвіту загалом.

Очевидно, що за основу самого поняття темної матерії взято припущення про справджуваність теорії тяжіння в її сучасному вигляді (класична теорія Ньютона і загальна теорія відносності). Як альтернативу до темної матерії пропонують різноманітні модифікації теорії тяжіння (див. розділ 11 у книзі [19] та частину 3 у книзі [20]). Ми дотримуватимемось консерватизму, і не розглядатимемо таких гіпотез, оскільки їм бракує всебічної перевірки спостережуваними даними, а гіпотеза про темну матерію є найпростішою та найбільш правдоподібною як з погляду астрофізики та фізики елементарних частинок.

3.2.1. Спостережувані підстави існування. Існування темної матерії (ТМ) за приблизно 70-річну історію обговорення отримало велику кількість доказів (переважно непрямих). На сучасному етапі дискусія вже відбувається не в площині існування чи неіснування цієї компоненти, а радше стосується пошуку найповнішого та відповідного до спостережень пояснення численних астрофізичних проявів.

Самі астрофізичні прояви ТМ можна класифікувати умовно за методикою досліджень:

- астрофізичні (вивчають роль ТМ у динаміці формування певного об'єкта, наприклад, окремої галактики, групи чи скупчення галактик);
- гравітаційне лінзування;
- формування великомасштабної структури Всесвіту;
- загальні космологічні підстави.

Історично перший доказ існування темної матерії отримав Ф. Цвікі (1933), який застосував теорему віріала до багатого скупчення галактик Кома (Coma cluster) у сузір'ї Волосся Вероніки. Скупчення галактик уважають найбільшими гравітаційно зв'язаними об'єктами у Всесвіті, їх розглядають як систему, що вже динамічно зрелаксувала. За швидкостями галактик, які ви-

значено за доплерівськими зміщеннями ліній у їхніх спектрах, на підставі теореми віріала можна оцінити повну гравітаційну масу скупчення і так отримати оцінку відношення гравітаційної маси скупчення до його загальної маси, одержаної на підставі сумарної світності, M/L, яке може сягати кількох сотень. Вимірювання рентгенівської температури міжгалактичного газу у скупченнях галактик дають змогу незалежно визначити масу і профіль густини цих об'єктів. Фізика скупчень галактик – одне з найбагатших джерел інформації в космології (див. розділ 6 у [20]). За функціями рентгенівської температури скупчень галактик визначено $\Omega_m = 0.34^{+0.03}_{-0.08}$ і $\sigma_8 = 0.71^{+0.03}_{-0.14}$.

Іншим джерелом інформації є динаміка утворення скупчення галактик, яка може виявлятися до моменту віріалізації. За допомогою аналізу зображень унікального явища злиття двох скупчень галактик унаслідок зіткнення – 1E0657-56 (скупчення "Куля", Bullet cluster), отриманих наземними телескопами і космічним телескопом Габбла, реконструйовано розподіл темної матерії цього об'єкта і виконано порівняння його із зображенням з орбітальної рентгенівської обсерваторії Chandra. Головний висновок – на високому рівні вірогідності виявлено просторове відокремлення світної плазми від загального центра мас. За аналогічною методикою, доповненою даними сильного лінзування, згодом проаналізовано ще одне масивне злиття скупчень галактик – MACS J0025.4-1222. Очевидна відмінність у розподілі темної та світної мас однозначно засвідчує, що в цих об'єктах переважна частина поводиться як беззіткнювальний пил (тобто є холодною темною матерією), а внутрішня щодо скупчення плазма має набагато складнішу поведінку. Об'єкти такого типу практично неможливо пояснити за допомогою модифікацій теорії гравітації або припущенням про самовзаємодію темної матерії.

В еліптичних галактиках вміст темної матерії визначають за вимірюваннями дисперсії швидкостей зір або кулястих скупчень зір.

Дослідження процесу формування галактик різної морфології, астрофізичних проявів динаміки формування дає засіб для вивчення темної матерії. Наприклад, застосування ньюто-

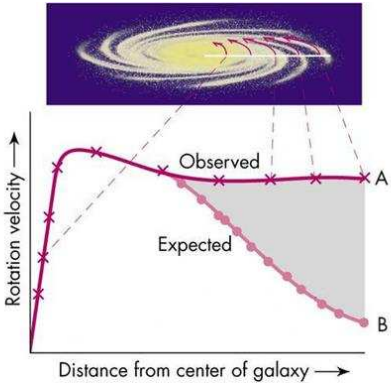

Рис. 3.3. Вимірювання кривої обертання дискової галактики та свідчення існування масивного гало з частинок темної матерії.

нівської динаміки (законів Кеплера) до пояснення швидкості обертання рукавів класичної спіральної галактики дає передбачення, що крива обертання зір (залежність швидкості обертання від відстані до центра галактики) повинна спадати до периферії. Виконані у 1970-х роках спектроскопічні спостереження спіральних галактик, видимих з ребра, дали змогу виявити плоску криву обертання, що найліпше пояснювалося переважною за масою темною матерією. Це було практично першим надійним свідченням існування ТМ у галактиках. Приклад такої кривої обертання та внесок у неї різних складових галактики показано на рис. 3.3 і 3.4.

Вивчення структури галактик свідчать про їхню доволі складну внутрішню будову. Динаміку утворення галактик (точніше, її темної складової – гало) моделюють за допомогою комп'ютерних симуляцій із N-тіл, що обчислюють на суперкомп'ютерах. Яскравий приклад таких обчислень — недавні результати моделювань GHALO та Via Lactea. Однак під час порівняння результатів моделювання зі спостереженнями з'являється низка концептуальних проблем. Наприклад, потрібно побудувати складну модель для процесу винесення галактичних баріонів у так зване теплогаряче міжгалактичне середовище. Це явище можна описати за допомогою вітрів, спричинюваних вибухами наднових зір, динамічними ефектами навколо активних ядер галактик або надма-

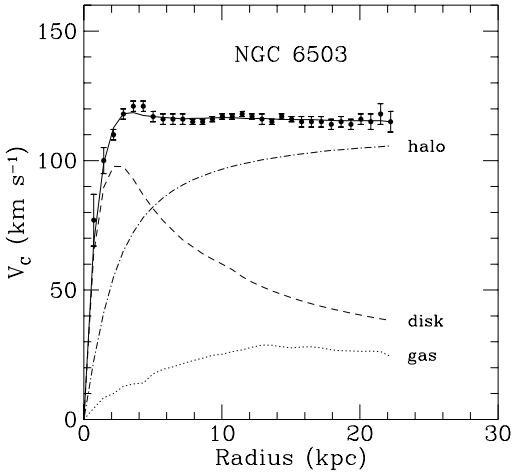

Рис. 3.4. Крива обертання галактики NGC 6503. Точками показані виміряні колові швидкості як функції відстані від центра галактики. Штрихова і крапкова лінії відображають внесок у криву обертання, зумовлений розподілом маси зоряної і газової складових диска, відповідно. Штрих-крапкова крива – це внесок у криву обертання, зумовлений гало темної матерії (зі статті М. Каміонковського (arXiv:astro-ph/9809214)).

сивних чорних дір. Щоб правдоподібно змоделювати ці процеси, потрібно докладно вивчити фізику зореутворення та її динамічного зворотного зв'язку з формуванням галактики.

Також, числові моделювання передбачають занадто велику кількість супутників малої маси (гало карликових галактик), ніж це спостерігають сьогодні. Виникають проблеми й у відтворенні деталізованої структури розподілу темної матерії в галактиці – профілю густини, для якого моделювання передбачає гострий перелом у центрі замість плоского плато.

Для тестування результатів такого моделювання природно використати нашу галактику – Молочний Шлях, яка складається з зоряного диска, гало старих зір, центрального балджу із зір, а також із гало темної матерії, галактик-супутників. Дослідження мас 23 галактик-супутників Молочного Шляху виявило, що, незважаючи на суттєві відмінності між цими галактиками, усім їм властивий спільний мінімальний масштаб мас на рівні $10^7 M_\odot$, а це суперечить властивостям холодної темної матерії

і може свідчити на користь її теплого різновиду. Для карликових галактик загалом характерний високий вміст темної матерії. У 2005 р. за спостереженнями в радіолінії нейтрального водню відкрито темну галактику, що є практично окремим галоїз темної матерії. У підсумку дедалі більше спостережуваних фактів дають змогу деталізувати роль темної матерії у формуванні конкретних астрофізичних об'єктів.

Як зазначено вище, темна матерія відіграє головну роль у формуванні динамічних систем типу галактик і скупчень галактик, які в сукупності формують великомасштабну структуру Всесвіту. Формування великомасштабної структури описує теорія гравітаційної нестійкості, яка характеризує розвиток первинних збурень густини на фоні однорідного ізотропного Всесвіту, що заповнений випромінюванням, баріонною речовиною, темною матерією і темною енергією.

У цьому механізмі також важливим є питання ієрархії виникнення структури, тобто у якому порядку відбувається скупчування речовини. У моделі з переважною холодною темною матерією структура має формуватися за принципом знизу-догори — першими утворюються структури найменшого масштабу, з яких складаються структури більших масштабів. Незважаючи на успіхи моделей з холодною темною матерією у поясненні великомасштабної структури Всесвіту, а саме – відтворення спостережуваного галактичного спектра потужності та картини павутиноподібного розподілу галактик, є неузгодженості, переважно пов'язані з неоднозначностями в тлумаченні фізики утворення галактик. Динамічні ефекти формування (негативний зворотний зв'язок) можуть призводити до "анти-ієрархічної" поведінки, коли масивні галактики раннього типу є старшими, ніж їхні відповідники з малою масою.

Дослідження пекулярних швидкостей галактик на фоні габблівського розбігання є важливим засобом визначення розподілу речовини, оскільки ці швидкості прямо пов'язані з полем збурень густини. З аналізу пекулярних швидкостей спіральних та еліптичних галактик в околицях Місцевої групи галактик знайдено, що $\Omega_m = 0.30^{+0.17}_{-0.07}$, 0.22 ± 0.02, $0.21^{+0.22}_{-0.09}$.

Важливим є також аналіз співвідношення просторового роз-

поділу галактик і темної матерії. Фізика формування галактик пов'язує функцію розподілу заселеності гало з просторовим зміщенням (байсингом) та зміщенням швидкостей галактик у гало. Для заданого набору космологічних параметрів та функції розподілу заселеності гало можна розрахувати статистику кластеризації галактик на різних масштабах. На підставі порівняння змодельованого розподілу просторово-обмеженої вибірки 200 000 яскравих галактик зі спостережуваними даними з каталогу SDSS знайдено найбільш оптимальні значення трьох параметрів: $\Omega_m = 0.278 \pm 0.027$, $h = 0.698 \pm 0.026$ і $\sigma_8 = 0.812 \pm 0.028$.

Обмеження на значення параметра Ω_m та амплітуди збурення густини речовини σ_8 випливають з порівняння змодельованої функції мас багатих скупчень галактик та отриманої на підставі каталогу SDSS $\sigma_8\Omega_m^{0.6} = 0.33 \pm 0.05$.

Дослідження гравітаційного лінзування є незалежною методикою, бо ґрунтується лише на загальній теорії відносності й не потребує припущень щодо внутрішньої будови об'єкта. Сильне гравітаційне лінзування спостерігають у випадку, коли масивні скупчення галактик сильно спотворюють зображення галактик поля (тла). Вимірюванням форми спотворень у вигляді кілець (дуг) можна оцінити масу скупчення-лінзи, а сучасні методики дають змогу визначати профіль густини і навіть картографувати розподіл маси в скупченні. Гравітаційне лінзування у слабкому режимі призводить до спотворень у розподілі об'єктів тла під дією поля гравітації об'єкта переднього фону, що виявляють статистичними методами. За допомогою гравітаційного лінзування проаналізовано вміст темної матерії багатьох скупчень галактик.

З появою великих оглядів неба стало можливим космологічне застосування слабкого гравітаційного лінзування для отримання статистичної оцінки середньої густини речовини, а точніше – комбінації параметрів $\sigma_8\Omega_m^{0.52}$.

Ще один вид явища гравітаційного лінзування – мікролінзування. Воно дає змогу з'ясувати, чи може баріонна речовина становити суттєву частку темної матерії в нашій галактиці. Для досліджень мікролінзування використовують фотометричні спостереження блиску далеких зір у режимі моніторингу,

так можна виявити компактні об'єкти малої маси та низької світності – темні зорі, планети тощо. Таким способом визначено верхню межу на масову частку матерії баріонної природи в диску Галактики – у декілька разів меншу від гравітаційної маси галактики.

В узгодженій космологічній моделі Ω_{dm} є одним із найголовніших серед 11 параметрів. Параметри космологічної моделі (тестування) визначають на підставі спостережуваних даних із різних джерел:

- глобальні властивості Всесвіту — динаміка розширення Всесвіту;
- анізотропія реліктового випромінювання;
- великомасштабна структура Всесвіту.

Велика сукупність даних, що стосуються до різних червоних зміщень та масштабів, дає змогу визначити космологічні параметри вмісту з точністю кілька відсотків, тому говорять про епоху прецизійної космології. Досягнення такої точності можливе саме завдяки комплексному підходові та широкому наборові використаних даних. Наприклад, за даними з анізотропії температури реліктового випромінювання за фіксованого значення сталої Габбла H_0 фіксують не самі параметри, а приблизно комбінацію $\Omega_m+\Omega_{de}$, дані аналізу швидкості розширення Всесвіту за надновими зорями фіксують приблизно $\Omega_m - \Omega_{de}$, слабке лінзування, пекулярні швидкості, Ly_α-ліс ліній поглинання згрубша фіксують значення $\sigma_8\Omega_m^{-0.6}$, виявлені баріонні акустичні осциляції — Ω_m/Ω_b.

Так отримують значення для вмісту всіх видів матерії $\Omega_m = 0.27$. З іншого боку, теорія космологічного нуклеосинтезу в застосуванні до даних про вміст легких елементів у міжгалактичному середовищі (дейтерій) та атмосферах найстаріших зір (гелій, літій та ін.) визначає густину баріонної речовини не вище $\approx 5\,\%$ від середньої повної густини енергії Всесвіту. Отже, речовина у Всесвіті повинна складатися головно з небаріонної темної матерії. Цей факт з'ясовано внаслідок спільного визначення параметрів космологічної моделі з сукупності даних. Визначені таким способом параметри дають передбачення, що найліпше відповідають різнорідним даним з різних джерел. Найточніше

вміст темної матерії визначено за даними космічного експерименту WMAP: $\Omega_{dm} = 0.22 \pm 0.04$

Кількісні визначення вмісту баріонної речовини та прихованої маси, що ґрунтуються на різних методах, добре узгоджуються між собою: баріонна речовина становить 3-5 %, а темна матерія – 20-30 % повної густини енергії Всесвіту.

3.2.2. Темна матерія з погляду фізики частинок. У фізиці елементарних частинок у рамках певної фізичної теорії виникає низка частинок, які можуть бути кандидатами на склад небаріонної темної матерії. Існування певних частинок у теорії не вмотивоване безпосередньо астрофізичними чи космологічними міркуваннями, тому збіг у прогнозованих властивостях свідчить на користь обидвох галузей.

Згідно зі спостережуваними підставами, можна висунути такі вимоги до кандидатів:

- стабільність або тривалий період піврозпаду;
- нейтральність щодо електромагнітних та сильних ядерних взаємодій, участь лише у слабких взаємодіях;
- масивність (радше – мала швидкість).

Клас частинок, які відповідають таким вимогам, отримав назву масивних частинок із слабкою взаємодією (Weakly Interacting Massive Particles (WIMP)).

У стандартній моделі елементарних частинок (Standard Model (SM)) можна запропонувати на роль темної матерії лише масивні нейтрино, однак вони, очевидно, не задовольняють третьої з перелічених вимог, бо є гарячою темною матерією. Нейтрино можуть становити незначну частину загальної темної матерії, тобто є модель зі змішаною темної матерією.

Згрубша частинки-кандидати можна класифікувати так:

- аксіони;
- суперсиметричні частинки;
- інші.

Аксіони – це природне вирішення так званої сильної CP-проблеми (це очевидна відсутність порушення симетрії зарядової спряженості та парності в сильній ядерній взаємодії, що випливає з експериментальних обмежень на електричний диполь нейтрона). Вони є добрими кандидатами на холодну темну ма-

терію, хоча й легкі, бо утворюються у стані спокою. Обмеження (вікно) на масу аксіона з загальних міркувань і стандартних припущень $m_a \leq 10^{-2}$ еВ є доволі вузьким. Тому аксіони можуть призводити до великих амплітуд ізокривинних збурень густини і не можуть становити всю масу темної матерії, а лише її частину.

Найлегші суперсиметричні частинки (Lightest Supersymmetric Particles (LSP)) — природний наслідок практично всіх суперсиметричних теорій елементарних частинок (SUSY), за умови збереження P_R-парності ці частинки є стабільними. До цього класу частинок належать нейтраліно, гравітино, аксино чи с-нейтрино. На сучасному етапі найімовірнішим кандидатом на WIMP є нейтраліно з масою $m_{\tilde{\chi}} \approx 100$ГеВ. Нейтраліно — типова холодна матерія. Реалістичні значення для реліктової густини прямо випливають з найбільш економних суперсиметричних розширень Стандартної моделі [5, 11]. Нейтраліно – це ферміони Майорана[7], лінійна суперпозиція нейтральних компонентів суперпартнерів гіґґсино, віно і біно. Отримані з різних джерел обмеження на властивості цього кандидата трансформуються в обмеження у просторі параметрів відповідної частинкової моделі, наприклад обмеженої мінімальної суперсиметричної моделі (Constrainted Minimal SuperSymmetric Model). Це стало ще однією причиною популярності нейтраліно, оскільки область значень параметрів, котру найближчим часом має дослідити Великий адронний колайдер, відповідає нейтраліно. Цікавою з астрофізичного погляду властивістю нейтраліно є також його здатність до самоанігіляції, що може відбуватися у гало Галактики, її центрі, і навіть у ядрі Сонця, унаслідок чого утворюється надлишок антипротонів, гамма-променів і нейтрино, відповідно.

Гравітино $g_{3/2}$ – це суперпартнер гравітона в теоріях супергравітації, наприклад mSUGRA. Хоча гравітино може бути добрим кандидатом на холодну темну матерію, із ним виникають проблеми, пов'язані з первинним нуклеосинтезом та постінфляційним нагріванням.

Категорія "інші" може містити практично неохопну кількість пропозицій. Згадаємо легку темну матерію (light dark matter),

[7] частинки є власними античастинками.

скалярні частинки з масою близько 1 МеВ, які мають переваги теплої ТМ, і можуть анігілювати. Ще один кандидат — гіперзарядові калібрувальні бозони Калуци–Кляйна в моделях з додатковими вимірами (Universal Extra Dimensions). Більшість із цих частинок має різні проблеми — або вони мають бурхливі прояви, або теорії, на підставі яких запропоновано ці частинки, не повні.

Отже, можна стверджувати, що сучасні теорії елементарних частинок пропонують достатньо широкий вибір кандидатів на темну матерію. Спільною проблемою всіх цих теорій є надто велика кількість ступенів вільності, що не дає змоги обмежити простір параметрів моделі за допомогою одного експерименту. Лише комплексний підхід, який охоплюватиме численні експерименти з прямого і непрямого детектування частинок, а також астрофізичні та космологічні дані, допоможе зібрати необхідний обсяг інформації. Великі надії також покладають на Великий адронний колайдер, що найближчим часом зможе дати обмеження на базові припущення Стандартної моделі — існування частинок Гіґґса.

3.2.3. Стратегії пошуку темної матерії. Загалом пошуки частинок темної матерії відбуваються у двох напрямах: пряме детектування енергії віддачі ядра під час пружного розсіяння частинки ТМ на нуклоні та непрямі пошуки слідів чи наслідків анігіляції або взаємодії частинок ТМ у вигляді надміру на тлі електромагнітного випромінювання, нейтрино, чи антиречовини. Зазначимо, що виявлення частинок ТМ в одному з напрямів не буде достатньо для отримання висновків щодо їхньої природи — астрофізичним даним бракуватиме інформації, щоб обґрунтувати фундаментальну фізику (наприклад, чинність суперсиметрії), а експерименти на прискорювачах не можуть відрізнити стабільні частинки від частинок з довгим часом життя або визначити їхню реліктову концентрацію. Лише комплексний і взаємодоповнювальний підхід дасть змогу забезпечити успіх.

Пряме детектування. У першому напрямі останніми десятиліттями докладено значних зусиль, проведено понад десять підземних експериментів, спрямованих на пошуки WIMP. Із них

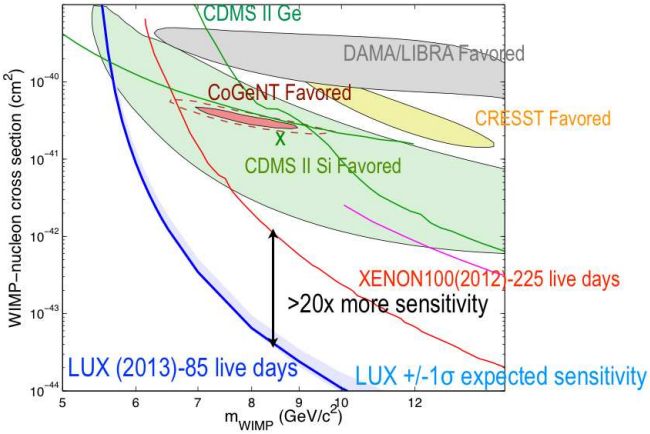

Рис. 3.5. Результати пошуків WIMP у різних експериментах у площині маса частинки – ефективний переріз взаємодії. Виділені області – допустимі значення параметрів WIMP в експериментах, в яких вони ніби-то зареєстровані. Найнижча крива – верхня допустима межа на залежність ефективний переріз взаємодії – маса частинки, отримана в експерименті LUX (Large Undeground Xenon experiment).

DAMA/NaI, DAMA/Libra, CDMS II, CoGeNT і CRESST засвідчили ймовірне детектування часової (річної) модуляції сигналу, що передбачене у сценарії з нейтраліно, – наслідок річного руху Землі по навколосонячній орбіті (рис. 3.5). Усі ці експерименти залежні від передбачень, які має надати теорія щодо залежності поперечного перерізу взаємодії WIMP-частинки з нуклоном від маси самої частинки. Щораз більша чутливість експериментів поволі звужує область значень цих величин, що прийнятна з експериментального погляду. Оголошені 2013 р. результати експерименту LUX (Large Undeground Xenon experiment), відображені на рис. 3.5, практично “закрили” всі попередні реєстрації. Дискусія ще триває, однак її найімовірніше вирішення буде на користь результатів експерименту LUX, який є найбільш чутливим. Чи закриває цей результат ідею WIMP-ів? Ні, він тільки переносить пошуки в область значень параметрів, де вчені ще не мають навіть ідей як там можна щось шукати. Проте історія науки знає багато прикладів знаходження вирішення, здавалось би, нерозв’язуваних проблем.

Непрямі пошуки. Нейтраліно можуть анігілювати різним способом, залежно від їхньої маси і параметрів конкретного розширення теорії суперсиметрії.

Обчислення можливого сигналу антипротонів від анігіляції WIMP-частинок у гало Галактики[8] потребує розуміння процесів дифузії й перерозподілу енергії під час поширення в міжзоряному середовищі. До того ж, цей сигнал у приймачі накладається на фонові космічні промені. У цьому сенсі перспективнішим є пошук сигналу антидейтерона, у якого фон малий. На це спрямовані місії AMS та GAPS, що найближчим часом запрацюють на повну потужність. У 2005 р. опубліковано дані вимірювання неба в електрон-позитронній лінії 511 кеВ, отримані спектрометром SPI на борту γ-обсерваторії INTEGRAL, які ймовірно містять сигнал від анігіляції легкої темної матерії. Опубліковані 2013 р. результати пошуків анігіляційного гамма-випромінювання WIMP-ів від 25 найближчих карликових галактик за допомогою ширококутного телескопа LAT (Large Area Telescope), встановленого на борту космічної гамма-обсерваторії Фермі, свідчать про відсутність очікуваних сигналів. Чи означає це крах надій на швидку реєстрацію частинок темної матерії, чи лише зниження частоти анігіляцій чи розпадів – мають довести триваліші спостереження.

Аналіз слідів анігіляції WIMP-частинок ускладнений, якщо взяти до уваги виявлені властивості “грудкуватості” . У грудках швидкість анігіляції може суттєво зростати, а отже вона може впливати внаслідок інжекції енергії на теплову та іонізаційну історії міжгалактичного водню у “темні віки”[9]. Цей вплив можна виявити за допомогою радіоінтерферометричних спостережень зміщеного 21-см сигналу від нейтрального водню. Виконані оцінки засвідчують, що майбутні експерименти (наприклад, LOFAR http://www.lofar.org) будуть достатньо чутливими, щоб його детектувати.

Повний список і цитування статей на тему цього розділу можна знайти в оглядовій праці автора з колегами [8].

[8]Попередні результати експерименту PAMELA свідчать про існування такого сигналу.

[9]Проміжок часу від рекомбінації до виникнення перших джерел світла.

Питання для самоконтролю

1. Темна матерія: означення та властивості.
2. Спостережувані підстави існування темної матерії.
3. Імовірні кандидати на темну матерію.
4. Стратегії та методи пошуку частинок темної матерії.
5. Прояви темної матерії в астрофізичних масштабах.
6. Прояви темної матерії в космологічних масштабах.
7. Вплив темної матерії на формування структури Всесвіту.
8. Вплив темної матерії на формування анізотропії температури реліктового випромінювання.
9. Астрофізичні методи пошуку частинок темної матерії.
10. Сучасні експерименти та результати пошуку частинок темної матерії.
11. Темна енергія: означення, властивості, імовірні кандидати.
12. Спостережувані підстави існування темної енергії.
13. Моделі темної енергії.
14. Проблеми Λ-моделі темної енергії.
15. Скалярно-польові моделі темної енергії.
16. Моделі темної енергії в рамках модифікованої гравітації.
17. Моделі темної енергії в рамках багатовимірних теорій простору-часу та фундаментальних взаємодій.
18. Моделі темної енергії в рамках модифікованої гравітації.
19. “Вимірювання” темної енергії за допомогою джерел з відомою світністю.
20. “Вимірювання” темної енергії за допомогою “стандартного метра”.
21. Результати визначень параметрів темної матерії та темної енергії.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

[1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. Москва: Наука, 1973.

[2] Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. Строение и эволюция Вселенной. Москва: Наука, 1975.

[3] Пиблс Ф.Дж.Э. Структура Вселенной в больших масштабах. Москва: Мир, 1983.

[4] Толмен Р. Относительность, термодинамика и космология. Москва: Наука, 1974.

[5] Кейн Г. Современная физика элементарных частиц. Москва: Мир, 1990.

[6] Лифшиц Е.М. О гравитационной устойчивости расширяющегося мира // Журнал эксперим. теор. физики, **16**, 585 (1946).

[7] Новосядлий Б.С. Формування великомасштабної структури Всесвіту: теорія і спостереження // Журн. фіз. досліджень, **11**, 226 (2017).

[8] Апуневич С., Кулініч Ю. Новосядлий Б., Пелих В. Темна матерія та темна енергія у Всесвіті: астрофізичні підстави та теоретичні моделі // Кинематика и физика небесных тел, **25**, 83 (2009).

[9] Durrer R. The Cosmic Microwave Background. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

[10] Weinberg S. Cosmology. Oxford University Press, 2008.

[11] Линде А. Теория элементарных частиц и инфляционная космология. Москва: Наука, 1999.

[12] Сентрелла Дж., Мелотт А. Численное моделирование в астрофизике / Под ред. Дж. Сентрелла, Дж. Лебланка, Р. Бауерса / Москва: Мир, 1988.

[13] Яцків Я. С., Александров О.М., Вавілова І.Б. та ін. Загальна теорія відносності: випробування часом. Київ, 2005.

[14] Історія Астрономічної обсерваторії Львівського національного університету імені Івана Франка / Під ред. Б. Новосядлого / Львів, 2011.

[15] Amendola L. and Tsujikawa S. Dark Energy: theory and observations. Cambridge: Cambridge University Press, 2010.

[16] Lectures on Cosmology: Accelerated expansion of the Universe. Lect. Notes in Physics **800** / Ed. G. Wolschin / Berlin–Heidelberg: Springer, 2010.

[17] Dark Energy: Observational and Theoretical Approaches / Ed. P. Ruiz-Lapuente / Cambridge: Cambridge University Press, 2010.

[18] Novosyadlyj B., Pelykh V., Shtanov Yu., Zhuk A. Dark energy: observational evidence and theoretical models / Ed. V. Shulga / Kyiv: Akademperiodyka, 2013.

[19] Bahcall J., Piran T., Weinberg S. Dark Matter in the Universe. World Scientific, 2004.

[20] Papantonopoulos L., The invisible universe: Dark Matter and Dark Energy, Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2007.

[21] de Sitter W. On the Relativity of Inertia: Remarks Concerning Einstein's Latest Hypothesis // Proc. Kon. Ned. Akad. Wet., **19**, 1217; **20**, 229 (1917).

[22] Einstein A. Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie // Ann. Phys., **354**, 769 (1916).

[23] Einstein A. Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie // Sitz. Preuss. Akad. Wiss. Phys. Math., 142 (1917).

[24] Friedmann A. Curvature of the Universe // Z. Phys., **10**, 377 (1922).

[25] Gamow G. The Evolution of the Universe // Nature. **162**, 680 (1948).

[26] Gurzadyan V.G. and Penrose R. On CCC-predicted concentric low-variance circles in the CMB sky, arXiv:1302.5162 [astro-ph].

[27] Padmanabhan T., Narlikar J. Structure formation in the universe. Cambridge: Cambridge University Press, 1995.

[28] Peacock J.P. Cosmological physics. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

[29] Peebles P.J.E. Principles of Physical Cosmology: Princeton: Princeton University Press, 1993.

[30] Penrose R. Cycles of Time: An Extraordinary New View of the Universe. London: Bodley Head, 2010.

[31] Penzias A.A., Wilson R.W. A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s // Astrophys. J., **142**, 419 (1965).

[32] Riess A. G., Filippenko A. V., Challis P. et al., Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant // Astron. J., **16**, 1009 (1998).

[33] Schmidt B. P., Suntzeff N. B., Phillips M. M. et al., The High-Z Supernova Search: Measuring Cosmic Deceleration and Global Curvature of the Universe Using Type IA Supernovae // Astrophys. J., **507**, 46 (1998).

[34] Perlmutter S., Aldering G., Goldhaber G. et al., Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae // Astrophys. J., **517**, 565 (1999).

[35] Sachs R.K., Wolfe A.M. Perturbations of a Cosmological Model and Angular Variations of the Microwave Background // Astrophys. J., **147**, 73 (1967).

[36] Smoot G.F. et al. Structure in the COBE differential microwave radiometer first-year maps // Astrophys. J. Lett., **396**, 1 (1992).

Навчальне видання

НОВОСЯДЛИЙ Богдан Степанович

Структура й еволюція Всесвіту

Навчальний посібник

Редактор *М. Мартиняк, У. Крук*
Технічний редактор і верстка *С. Апуневич, С. Сеник*
Формат 60 × 90/16. Умовн. друк. арк. Тираж 150 прим. Зам.
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців, виготовників і розповсюджувачів видавничої продукції. Серія ДК №3059 від 13.12.2007.

Львівський національний університет імені Івана Франка
вул. Університетська, 1, м. Львів, 79000